

Naval Research Laboratory

Washington, DC 20375-5320



2

NRL/FR/5341-92-9507

AD-A259 225



Convergence Performance of Adaptive Detectors,
Part 4

KARL GERLACH AND F. C. LIN
*Target Characteristics Branch
Radar Division*

DTIC
ELECTE
JAN 13 1993
S C D

December 21, 1992

93-00712



Approved for public release; distribution unlimited.

93 1 13 1993

REPORT DOCUMENTATION PAGE			Form Approved OMB No. 0704-0188	
Public reporting burden for this collection of information is estimated to average 1 hour per response, including the time for reviewing instructions, searching existing data sources, gathering and maintaining the data needed, and completing and reviewing the collection of information. Send comments regarding this burden estimate or any other aspect of this collection of information, including suggestions for reducing this burden, to Washington Headquarters Services, Directorate for Information Operations and Reports, 1215 Jefferson Davis Highway, Suite 1204, Arlington, VA 22202-4302, and to the Office of Management and Budget, Paperwork Reduction Project (0704-0188), Washington, DC 20503.				
1. AGENCY USE ONLY (Leave Blank)		2. REPORT DATE December 21, 1992		3. REPORT TYPE AND DATES COVERED Interim
4. TITLE AND SUBTITLE Convergence Performance of Adaptive Detectors, Part 4			5. FUNDING NUMBERS PE - 61153N PR - 021-05-43 WU - DN480-006	
6. AUTHOR(S) Karl Gerlach and F. C. Lin				
7. PERFORMING ORGANIZATION NAME(S) AND ADDRESS(ES) Naval Research Laboratory Washington, DC 20375-5320			8. PERFORMING ORGANIZATION REPORT NUMBER NRL/FR/5341-92-9507	
9. SPONSORING/MONITORING AGENCY NAME(S) AND ADDRESS(ES) Office of Chief of Naval Research Arlington, VA 22217-5000			10. SPONSORING/MONITORING AGENCY REPORT NUMBER	
11. SUPPLEMENTARY NOTES				
12a. DISTRIBUTION/AVAILABILITY STATEMENT Approved for public release; distribution is unlimited.			12b. DISTRIBUTION CODE	
13. ABSTRACT (Maximum 200 words) Performance results for three multiple-observation binary adaptive detectors are presented. A multiple observation binary adaptive detector consisted of a selected single-observation adaptive detector followed by a binary integrator/detector (J out of M detector). Three types of single observation adaptive detectors are considered: nonconcurrent mean-level adaptive detection (MLAD), concurrent MLAD, and the generalized likelihood ratio test (GLRT). The desired input signal is modeled as a Swerling II target. Detection performance P_D of each binary adaptive detector is evaluated as a function of the number of input channels N , the number of independent input sample vectors-per-channel used to estimate the unknown input covariance matrix, the order of the binary detector M , the desired probability of false alarm P_F , and the matched filter output signal-to-noise (S/N) power ratio. Tables of detection performance are provided that will aid in specifying the optimal J for the J out of M detector and finding the number of input samples-per-channel K^* necessary to achieve a 3 dB loss in optimal performance for a given P_D , P_F , M , N , and single-observation detector configuration. Significantly, it was found that K^* and J are relatively invariant of the single-observation detector configuration and the chosen P_D .				
14. SUBJECT TERMS Adaptive filter Adaptive cancellation Adaptive detector			15. NUMBER OF PAGES 29	
			16. PRICE CODE	
17. SECURITY CLASSIFICATION OF REPORT UNCLASSIFIED	18. SECURITY CLASSIFICATION OF THIS PAGE UNCLASSIFIED	19. SECURITY CLASSIFICATION OF ABSTRACT UNCLASSIFIED	20. LIMITATION OF ABSTRACT SAR	

CONTENTS

1.0 INTRODUCTION	1
2.0 SINGLE OBSERVATION ADAPTIVE DETECTOR DESCRIPTIONS AND RESULTS	2
2.1 Nonconcurrent MLAD	2
2.2 Concurrent MLAD	5
2.3 Generalized Likelihood Ratio Test (GLRT)	7
3.0 P_D AND P_F FOR MULTIPLE OBSERVATION BINARY ADAPTIVE DETECTOR	8
4.0 RESULTS	9
5.0 SUMMARY	25
REFERENCES	25

DTIC QUALITY INSPECTED 1

Accession For	
NTIS GRAD	☒
DTIC TAB	☐
Unannounced	☐
Justification	
By _____	
Distribution/	
Availability Codes	
Dist	Avail and/or Special
A-1	

CONVERGENCE PERFORMANCE OF ADAPTIVE DETECTORS, PART 4

1.0 INTRODUCTION

We define a single-observation detector as one that processes a batch of data within a single-observation interval. A multiple-observation detector is defined as one that processes multiple batches of data within multiple-observation intervals. In Part 2 of this series of reports [1], two schemes for single-observation adaptive detection were compared: Kelly's generalized likelihood ratio test (GLRT) [2] and the mean-level adaptive detector (MLAD). Detection performance p_d was predicted for the two schemes under the assumptions that the input noises are zero-mean complex Gaussian random variables that are temporally independent but spatially correlated, and the desired signal's amplitude is Rayleigh distributed. Detection performance p_d was computed as a function of the false-alarm probability, the number of input channels, the number of independent samples-per-channel, and the matched filtered output signal-to-noise (S/N) power ratio. The GLRT was shown to have better detection performance than the MLAD. The difference in detection performance increases as one used fewer input samples; however, the required number of samples necessary to have only a 3 dB detection loss from the optimum for both detection schemes is approximately the same. This is significant since, for the present, the MLAD is considerably less complex to implement than the GLRT.

In Part 3 of these reports [3], again the two schemes for single-observation adaptive detection—the GLRT and the MLAD—were analyzed with respect to the deleterious effect of desired signal contamination of the data used to compute the sampled covariance matrix for the two detectors. The detection probability p_d and false alarm performance (ghosting probability p_g) were predicted for the two schemes under the assumptions that the input noises are zero-mean complex Gaussian random variables that are temporally independent but spatially correlated; and the desired signal's amplitude is Rayleigh distributed. p_d and p_g were computed as: a function of the false alarm probability p_f with no contamination, the number of input channels, the number of independent samples-per-channel, the matched filtered output S/N power ratio, and the matched filtered output S/N power ratio of the contaminating desired signal. It is shown that both p_d and p_g decrease with increasing levels of contamination. The p_g performance is almost identical for the GLRT and MLAD. The p_d performance shows similar relative performance trends. Significantly, it is shown that the ghosting probability does not exceed p_f in the presence of contamination.

The general problem of signal detection in a background of Gaussian noise for an adaptive array was first addressed by Kelly [2] by using the techniques of statistical hypothesis testing. In Ref. 2, the problem was formulated as a binary hypothesis test, where one hypothesis is noise only and the other is signal-plus-noise. A given input data vector (called the primary data vector) is tested for signal presence. Another set of signal-free data vectors (called the secondary data vectors) is available that shares the unknown covariance matrix $\mathbf{M}$ of the noise in the primary data vector. A likelihood ratio decision rule was derived, and its performance was evaluated for the two hypothesis. Kelly's detector uses the maximum likelihood (ML) estimates for the unknown parameters of the likelihood ratio test (LRT). The

unknown parameters are the spatial covariance matrix and the unknown signal's complex amplitude (assumed in Kelly's analysis to be a nonrandom constant). This detection scheme is commonly referred to as the GLRT and is referenced in this report as such.

A less complex adaptive detection scheme is found by implementing MLAD. The MLAD is essentially an adaptive matched filter (AMF) followed by a mean-level detector (MLD) [4,5]. Input samples used in determining the MLD threshold are derived from a block of data passing through the AMF. This same block of data is used to calculate the AMF weights. The squared magnitude of each of these samples as processed through the AMF is used as a test statistic and compared against an MLD threshold (an average of the instantaneous powers) that does not contain the given test statistic. We further clarify the implementation terminology by calling this an MLAD with concurrent data samples. In Part 1 of these reports [6], an analysis was performed for an MLAD with nonconcurrent data, i.e., the block of data that passes through the AMF that is used to determine the MLD threshold is statistically independent of the block of data used to calculate the AMF weights.

We note for both Kelly's GLRT and the MLAD that, under the above stated assumptions, the p_f does not depend on M (a second-order characterization of the external noise environment). Hence detectors exhibit the desirable constant false alarm rate (CFAR) property of having the p_f be independent of the covariance matrix.

In this report, we consider the topic of multiple-observation adaptive detection. More specifically, we examine the performance of a multiple observation binary adaptive detector (or binary adaptive detector for short), which is illustrated in Fig. 1. (The generic form of this detector has been called a J out of M detector, double-threshold detector, or binary integrator [7]). The single-observation detector as seen in this figure passes its detector outputs ($d_m = 0$ or 1) to an accumulator (or binary integrator). After M of these outputs have been accumulated, the number of detections are counted. If this number equals or exceeds the integer J , a detection is declared. For our purposes the single-observation detector will be one of three adaptive detectors: nonconcurrent MLAD, concurrent MLAD, or Kelly's GLRT. These three adaptive detectors are described in more detail in the next section. We will quantify the binary adaptive detector's performance as a function of the number of input channels (order of the adaptive matched filter), the number of independent input samples-per-channel, the order of the binary detector (M), the desired probability of false alarm, the matched filtered output S/N, and, the second threshold of the binary detector J .

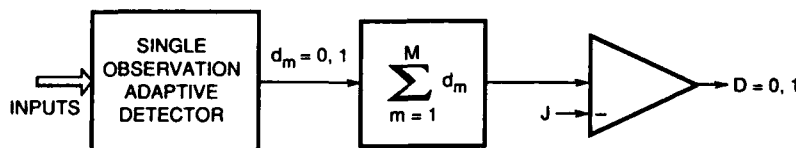


Fig. 1 — Multiple observation binary adaptive detector

2.0 SINGLE OBSERVATION ADAPTIVE DETECTOR DESCRIPTIONS AND RESULTS

2.1 Nonconcurrent MLAD

Figure 2 shows a schematic of the nonconcurrent MLAD. A batch or block of input data (called secondary input data) is used to calculate the AMF weights. On each of the N input channels, we measure K temporally independent samples. Define

X = $N \times K$ matrix of secondary input data where we assume $K \geq N$. The n th row represents the K temporally independent samples on the n th channel. The samples in the k th column are assumed to be time-coincident;

s = desired steering vector of length N ; and

$$\hat{R}_{xx} = XX^H,$$

where H denotes the conjugate transpose matrix operation.

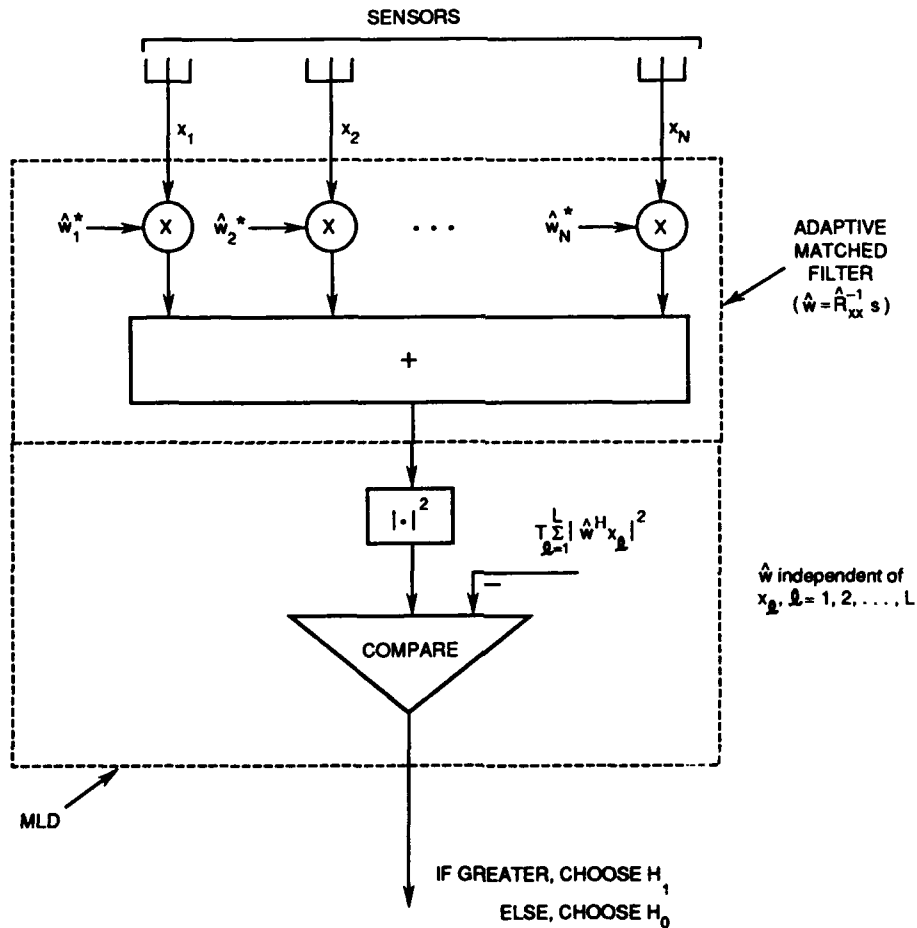


Fig. 2 — Nonconcurrent MLAD

The estimate $\hat{w}$ of the optimal N -length weighing vector is given by [8]

$$\hat{w} = \mu \hat{R}_{xx}^{-1} s, \quad (1)$$

where μ is an arbitrary nonzero constant. Equation (1) is the sample matrix inversion (SMI) algorithm for computing the matched filter, or Wiener weights [8]. For the AMF implementation, we apply the complex conjugate of $\hat{\mathbf{w}}$ to the input data.

This optimal estimate is then applied to another independent set of data called the primary input data, which is independent of the secondary input data. The primary input vectors have length N and their elements are assumed to be temporally independent. Let

$\mathbf{x}$ = candidate primary input data vector of length N ;

$\mathbf{x}_l$ = l th MLD primary input data vector of length N ;

L = number of MLD primary input data vectors; and

T = MLD threshold constant.

The nonconcurrent MLAD rule is given mathematically as

$$|\hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{x}|^2 \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} T \sum_{l=1}^L |\hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{x}_l|^2, \quad (2)$$

where $|\cdot|$ denotes magnitude, H_0 is the hypothesis that noise only is present, H_1 is the hypothesis that a desired signal and noise are present, and T is chosen to control the false alarm probability. Note that for this detector, the standard CFAR procedure of normalizing the candidate primary test statistic by the average of the instantaneous power of the other primary test statistics (where $1/L$ has been incorporated into T) is implemented. The probabilities of false alarm and detection probabilities are defined as

$$p_f = \text{Prob} \left\{ |\hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{x}|^2 > T \sum_{l=1}^L |\hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{x}_l|^2 \mid H_0 \right\}, \quad (3)$$

and

$$p_d = \text{Prob} \left\{ |\hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{x}|^2 > T \sum_{l=1}^L |\hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{x}_l|^2 \mid H_1 \right\}. \quad (4)$$

The pertinent assumptions for the analysis in this subsection are the following:

- A1: Input noises are complex zero-mean stationary Gaussian random variables (RV). The real and imaginary parts of a given input noise sample are independent and are identically distributed (IID). An RV with these characteristics is called a circular Gaussian RV.
- A2: Input noise samples are temporally statistically independent.
- A3: The secondary data is statistically independent of the primary data.
- A4: The desired signal can be present in the candidate primary data vector. It is not found in the secondary data or the primary data vectors used to form the threshold.

- A5: The desired signal is a circular Gaussian RV that is statistically independent of all noises (hence, the amplitude of the desired signal has the Rayleigh distribution). It is constant over the single observation interval.

It was shown in Ref. 6 that under these assumptions,

$$p_f = \frac{1}{(1 + T)^L}, \quad (5)$$

and

$$p_d = \frac{K!}{(N-2)!(K-N+1)!} \int_0^1 \left[1 + \frac{T}{q \left(\frac{S}{N} \right)_{opt} + 1} \right]^{-L} (1-q)^{N-2} q^{K-N+1} dq. \quad (6)$$

where $(S/N)_{opt}$ is the signal-to-noise power ratio of the matched filter where the linear weighing vector of the array is given by $\mathbf{w} = \mu \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{s}$.

2.2 Concurrent MLAD

Figure 3 shows a functional block diagram of a concurrent MLAD. The concurrent MLAD is similar in form to the nonconcurrent MLAD (Fig. 2) except that the concurrent MLAD is designed to perform detections over a block of data by using just this block of data in determining the AMF weights and the MLD threshold. The MLAD works as follows. Let there be N channels and $K + 1$ samples-per-channel. Define

- $\mathbf{x}$ = the candidate primary N -length data vector,
- $\mathbf{x}_k$ = the secondary N -length data vectors, $k = 1, 2, \dots, K$,
- $\mathbf{X}_{aug}$ = $(\mathbf{x} | \mathbf{X})$ = augmented $N \times (K + 1)$ matrix of input data, and
- $\hat{\mathbf{R}}_0$ = $\mathbf{X}_{aug} \mathbf{X}_{aug}^H$.

The N -length weighing vector $\hat{\mathbf{w}}$ for the AMF is found by the SMI algorithm and is given by

$$\hat{\mathbf{w}} = \mu \hat{\mathbf{R}}_0^{-1} \mathbf{s}. \quad (7)$$

This weight is used in the detection rule given by

$$|\hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{x}|^2 \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} T_0 \sum_{k=1}^K |\hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{x}_k|^2, \quad (8)$$

where T_0 is chosen to control the false alarm probability. We see that Eq. (7) is the algorithmic representation of the AMF and Eq. (8), the MLD.

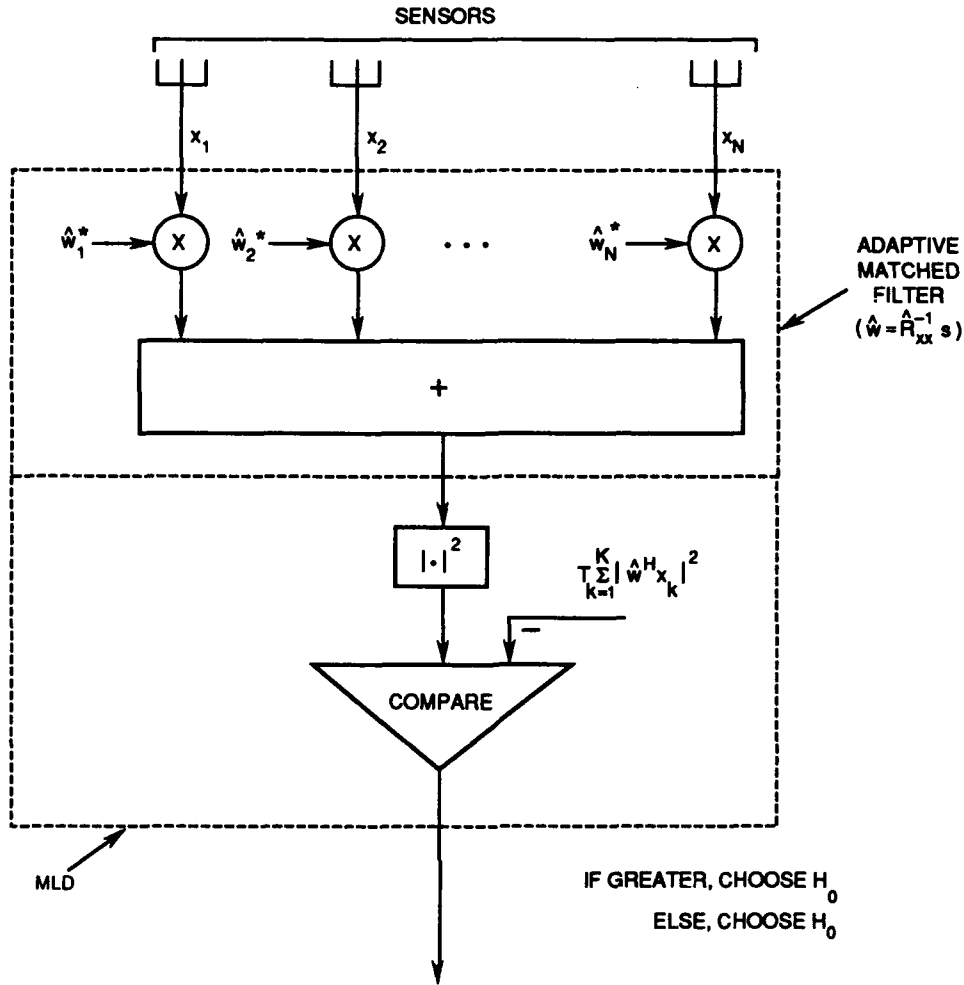


Fig. 3 — Concurrent MLAD

Note that we have included the candidate primary data vector in the $\hat{\mathbf{R}}_0$ estimate and, hence, in the $\hat{\mathbf{w}}$ estimate. In a practical situation, this might be done since it is numerically more efficient to compute one weighing vector over the entire data block than it is to compute a distinct weighing vector for each point in the block. However, the presence of the desired signal (under H_1) will affect detection (see Ref. [1]). In Eq. (8), the candidate primary data vector is varied across the $K + 1$ data snapshots, where the $\mathbf{x}_k$ used on the right-hand side of Eq. (8) does not include the candidate primary data vector.

It is straightforward to show that

$$T_0 \sum_{k=1}^K |\hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{x}_k|^2 + T_0 |\hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{x}|^2 = T_0 \mathbf{s}^H \hat{\mathbf{R}}_0^{-1} \mathbf{s}. \quad (9)$$

Thus Eq. (8) is equivalent to

$$\frac{|s^H \hat{R}_0^{-1} x|^2}{s^H \hat{R}_0^{-1} s} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \frac{T_0}{T_0 + 1} = T_1, \quad (10)$$

where we note that $0 \leq T_1 \leq 1$.

The pertinent assumptions for the development in this subsection are A1 through A3, A5, and

A6: The desired signal can be present in the candidate primary data vector. It is not in the secondary data.

p_f and p_d are defined in similar fashion to Eqs. (3) and (4). By using assumptions A1 to A3, A5, and A6, it was shown in Ref. 1 that

$$p_f = (1 - T_1)^K, \quad (11)$$

and

$$p_d = \frac{K!}{(N-2)!(K-N+1)!} \int_{T_1}^{\infty} \left[1 + \frac{T_1}{(q-T_1) \left[q \left[\frac{S}{N} \right]_{opt} + 1 \right]} \right]^{-(K-N+1)} (1-q)^{N-2} q^{K-N+1} dq. \quad (12)$$

2.3 Generalized Likelihood Ratio Test (GLRT)

Kelly [2] gives a mathematical formulation of the adaptive detection problem that leads to the GLRT. We now summarize that formulation. Two sets of input data—primary and secondary—are used. We assume that the secondary inputs do not contain the desired signal. Set

$X =$ $N \times K$ matrix of secondary input data. The n th row represents the K samples of data on the n th channel, where $n = 1, 2, \dots, N$. The samples in the k th column are assumed time-coincident.

$x =$ the candidate primary data vector of length N , and

$s =$ the desired steering vector of length N .

Consider the two hypotheses

$$\begin{aligned} H_0 : x &= n, \text{ and} \\ H_1 : x &= n + a s, \end{aligned} \quad (13)$$

where H_0 is the noise only hypothesis, $\mathbf{n}$ is a noise vector of length N , H_1 is the signal-plus-noise hypothesis, and a is the unknown, complex signal amplitude. We assume A1 through A3, A5, and A6, as given in the previous subsection.

The GLRT is formulated as follows. Find the probability density function (PDF) under each hypothesis over all measured data. For this problem, this is straightforward since the sample vectors are assumed to be independent and each vector has an associated N -dimensional Gaussian PDF. If there are any unknown parameters, maximize the PDF of the inputs over all unknown parameters for each of the two hypotheses. The maximizing parameter values are, by definition, the ML estimators of the parameters. Hence, obtain the maximized PDFs by replacing the unknown parameters by their ML estimates. Find the ratio of the resultant maximum of PDFs (the ratio of the PDF under H_1 to the PDF under H_0). Check this ratio to see if it exceeds a preassigned threshold t .

Kelly shows that the GLRT for the adaptive detection problem is given by

$$\frac{|\mathbf{s}^H \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} \mathbf{x}|^2}{(\mathbf{s}^H \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} \mathbf{s}) [1 + \mathbf{x}^H \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} \mathbf{x}]} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} t, \quad (14)$$

where

$$\hat{\mathbf{R}}_x = \mathbf{X}\mathbf{X}^H. \quad (15)$$

We recognize $\hat{\mathbf{R}}_x$ as proportional to the ML estimate of the input covariance matrix. We note also that the desired signal's unknown complex amplitude a has been estimated and is accounted for in Eq. (14).

Under assumptions A1 through A3, A5, and A6 it was shown in Ref. 1 that

$$p_f = \frac{1}{(T + 1)^{K-N+1}}, \quad (16)$$

and

$$p_d = \frac{K!}{(N-2)!(K-N+1)!} \int_0^1 \left[1 + \frac{T}{q \left[\frac{S}{N} \right]_{opt} + 1} \right]^{-(K-N+1)} (1-q)^{N-2} q^{K-N+1} dq, \quad (17)$$

where $T = t/(1-t)$.

3.0 P_D and P_F FOR MULTIPLE OBSERVATION BINARY ADAPTIVE DETECTOR

We make the following assumption pertaining to the multiple observations detector.

- A7: Desired signals and noises of a given single observation are statistically independent of all other single observation desired signals and noises.

This assumption and assumption A5 imply that we are modeling the desired signal as a Swerling II fluctuation model [7]. Assumption A7 also allows us to write the binary adaptive detector's P_F and P_D as [7]

$$P_F = \sum_{m=J}^M \binom{M}{m} p_f^m (1 - p_f)^{M-m}, \quad (18)$$

and

$$P_D = \sum_{m=J}^M \binom{M}{m} p_d^m (1 - p_d)^{M-m}, \quad (19)$$

where p_f and p_d are the probabilities of false alarm and detection, respectively, through the single observation adaptive detector (expressions for these were given in the previous section).

For a specified P_F , J is found such that

$$J = \underset{J_0 \in 1, 2, \dots, M}{\operatorname{argmax}} \{P_D(J_0)\}, \quad (20)$$

with constraint: $P_F(J_0) = P_F$, $J_0 = 1, 2, \dots, M$. To find P_D , we use Eqs. (18) to (20) in conjunction with the expressions for p_f and p_d given in the previous section for the three single observation adaptive detectors.

For the case where the AMF weights are known exactly (or $K = \infty$), under assumptions A1 through A5 or A1 through A3, A5, and A7, it is known [7] that

$$p_d^{(\infty)} = p_f \left(1 + \left(\frac{S}{N} \right)_{opt} \right)^{-1}. \quad (21)$$

4.0 RESULTS

Here we present results pertaining to the performance of the binary adaptive detector. The J chosen for the J out of M binary detector is the J that maximizes the probability of detection P_D , unless otherwise noted. We introduce the integer parameter M_0 , called the order factor, where $K + 1 = M_0 N$. Recall that K is the number of input sample vectors used to estimate the input covariance matrix for the nonconcurrent MLAD or GLRT, and $K + 1$ is the number of input sample vectors used to estimate the input covariance matrix for the concurrent MLAD. For the nonconcurrent MLAD, in order to be consistent with the concurrent and GLRT, we set the number of samples used to form the MLD threshold L equal to K .

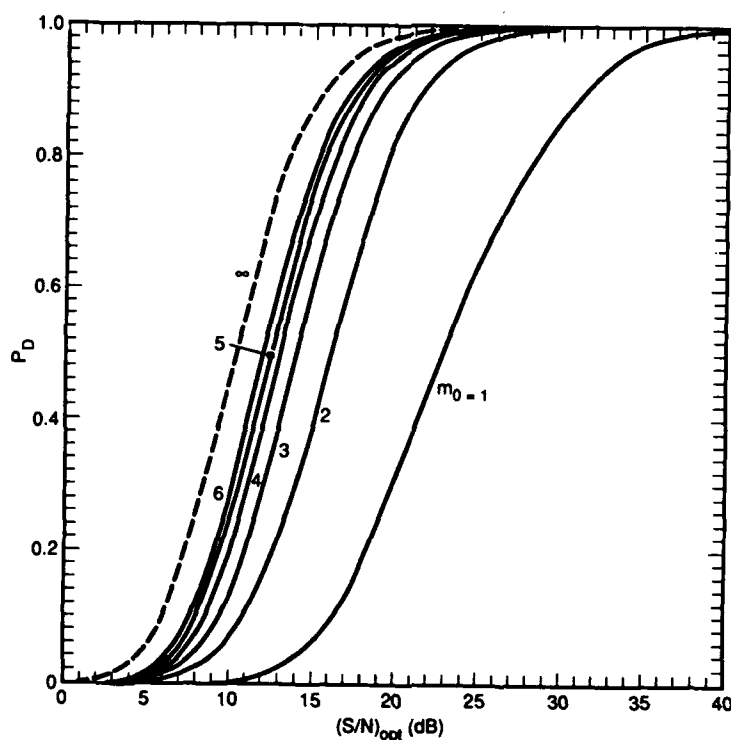


Fig. 4 — Typical plot of P_D vs $(S/N)_{opt}$ and M_0 for nonconcurrent MLAD binary adaptive detectors $P_F = 10^{-6}$, $N = 5$, $M = 2$.

The probability of detection P_D is a function

N : the number of input channels (or the order of the adaptive matched filter);

M_0 : the order factor ($K + 1 = M_0 N$);

M : the order of the binary detector;

P_F : the desired probability of false alarm;

$\left[\frac{S}{N} \right]_{opt}$: the matched filtered output signal-to-noise power ratio; and

J : the second threshold of the binary detector.

Note that if we maximize P_D subject to a desired P_F , then J is not an independent parameter.

Figure 4 shows typical curves of P_D vs $(S/N)_{opt}$ and M_0 for $P_F = 10^{-6}$, $N = 5$, $M = 2$, and the nonconcurrent MLAD binary adaptive detector. Here we see, as expected, that the performance degrades as M_0 decreases. Kelly [2] defines the S/N loss of an adaptive detector as the difference required to obtain a given P_D between a steady-state (M_0 or $K = \infty$) detector and the transient state with all other independent parameters being equal. We note that as $K \rightarrow \infty$, the GLRT and MLAD are identical and, hence, their P_D performance is identical. We define M_0^* to be the order factor such that the S/N loss is nearest to but not exceeding 3 dB. In addition, $K^* = M_0^* N - 1$. From Fig. 4, we see for $P_D = 0.6$ that $M_0^* = 4$.

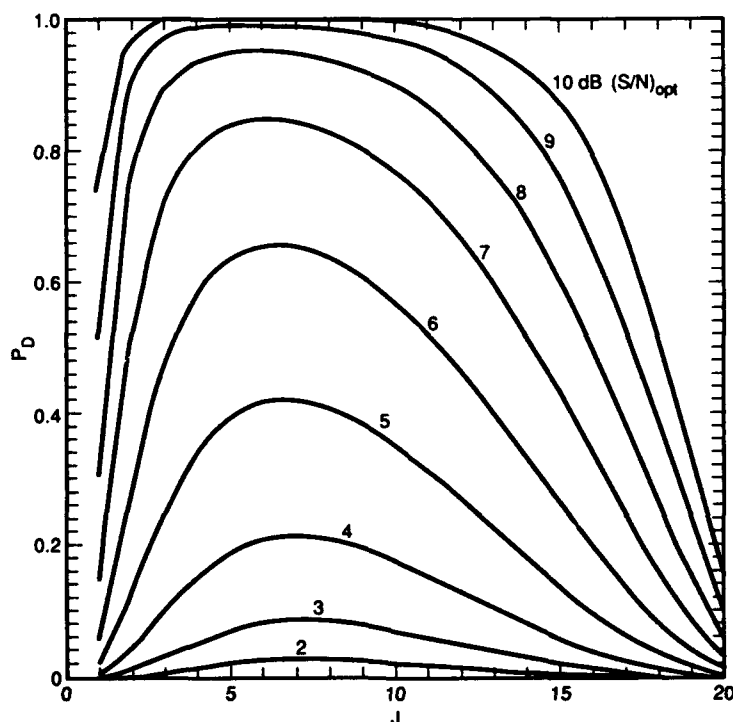


Fig. 5 — Typical plot of P_D vs J and $(S/N)_{opt}$ in dB for GLRT binary adaptive detector. $P_F = 10^{-8}$, $M = 20$, $N = 10$, $M_0 = 6$, $(S/N)_{opt} = 2, 3, \dots, 10$ dB.

The sensitivity of P_D vs J is typified by the plots seen in Fig. 5. Here we do not constrain J . In this figure, we have plotted P_D vs J for $(S/N)_{opt} = 2, 3, \dots, 10$ dB, $P_F = 10^{-8}$, $M = 20$, $N = 10$, and $M_0 = 6$. We see for each curve that P_D reaches a maximum for a specific J and that this maximum is relatively insensitive to moderate fluctuations about this J . Many plots of this type were generated over a number of parameter sets with this same insensitivity behavior about the maximal point observed.

For the case where the AMF weights are known exactly (M_0 or $K = \infty$), it is possible to specify the optimal J given P_D , N , M , and P_F (see Ref. 9 for a similar development). In fact, J is independent of N since p_d and p_f are independent of N as given by Eq. (21). Tables 1 and 2 give the optimal values of J for a range of M 's and P_D 's with $P_F = 10^{-6}$ and 10^{-8} , respectively. From the point of view of designing a binary adaptive detector, it is desirable to specify M_0^* and J for a given P_D , N , M , P_F , and single observation detector configuration. These results are presented in Tables 3 through 8 for $P_D = 0.1, 0.2, \dots, 0.9$; $N = 2, 3, 5, 10, 30$; $M = 1, 2, \dots, 20$; $P_F = 10^{-6}, 10^{-8}$; and the three single observation adaptive detectors: nonconcurrent MLAD, concurrent MLAD, and GLRT (also called the Kelly detector). From these tables we make the following observations:

1. The order factor necessary to achieve 3 dB S/N loss M_0^* decreases as the binary detector order M increases. All other parameters held constant.
2. The optimal J (for the J out of M detector) increases as M increases. All other parameters held constant.
3. The optimal J is larger for the binary adaptive detector than the optimal J for the binary detector ($K = \infty$ see Tables 1 and 2). All other parameters held constant.

Table 1 — Values of J at the Specified P_D for Steady State $P_F = 1.E-8$

M	P_D								
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	2	2	2	2	2	2	1	1	1
5	2	2	2	2	2	2	2	2	2
6	2	2	2	2	2	2	2	2	2
7	3	3	3	3	2	2	2	2	2
8	3	3	3	3	3	3	3	3	2
9	3	3	3	3	3	3	3	3	3
10	4	4	4	3	3	3	3	3	3
11	4	4	4	4	4	4	4	3	3
12	4	4	4	4	4	4	4	4	3
13	5	4	4	4	4	4	4	4	4
14	5	5	5	5	5	4	4	4	4
15	5	5	5	5	5	5	5	4	4
16	6	5	5	5	5	5	5	5	4
17	6	6	5	5	5	5	5	5	5
18	6	6	6	6	5	5	5	5	5
19	6	6	6	6	6	6	6	5	5
20	6	6	6	6	6	6	6	6	5

Table 2 — Values of J at the Specified P_D for Steady State $P_F = 1.E-6$

M	P_D								
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	2	2	2	2	2	1	1	1	1
5	2	2	2	2	2	2	2	2	2
6	3	2	2	2	2	2	2	2	2
7	3	3	3	3	3	2	2	2	2
8	3	3	3	3	3	3	3	3	2
9	4	3	3	3	3	3	3	3	3
10	4	4	4	4	3	3	3	3	3
11	4	4	4	4	4	4	4	3	3
12	4	4	4	4	4	4	4	4	4
13	5	5	4	4	4	4	4	4	4
14	5	5	5	5	5	5	4	4	4
15	5	5	5	5	5	5	5	5	4
16	6	5	5	5	5	5	5	5	5
17	6	6	6	6	5	5	5	5	5
18	6	6	6	6	6	6	5	5	5
19	7	6	6	6	6	6	6	6	5
20	7	7	6	6	6	6	6	6	6

Table 3 — Multibatch Nonconcurrent MLAD: $P_F = 1.E-6$ Values of M_0^*, J
at the Specified P_D when SNR is within 3 dB of the Steady State

N	M	P_D								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
1	1	8,1	8,1	8,1	8,1	8,1	8,1	8,1	8,1	8,1
	2	6,2	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1
	3	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	6,2	6,2	7,2	7,1
	4	4,3	4,3	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2
	5	4,3	4,3	4,3	4,2	4,2	4,2	5,2	5,2	5,2
	6	3,4	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3
	7	3,4	3,4	3,4	4,4	4,4	4,3	4,3	4,3	4,3
	8	3,5	3,5	3,4	3,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4
	9	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	4,4	4,4	4,4	4,4
	10	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	4,4
	11	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	12	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5
	13	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	14	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	15	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6
	16	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7
	17	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7
	18	3,9	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7
	19	3,9	3,9	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7
	20	3,9	3,9	3,9	3,9	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8
3	1	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1
	2	5,2	5,1	5,1	5,1	5,1	6,1	6,1	6,1	6,1
	3	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	5,2	5,2	5,2	6,1
	4	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2
	5	3,3	3,3	3,3	3,3	4,3	4,2	4,2	4,2	4,2
	6	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	4,3	4,3
	7	3,4	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	8	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3	3,3
	9	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	10	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	11	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4
	12	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	13	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	14	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5
	15	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	16	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	17	2,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6
	18	2,8	2,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6
	19	2,9	2,9	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7
	20	2,9	2,9	2,9	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7
5	1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1
	2	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1
	3	3,2	3,2	3,2	3,2	4,2	4,2	4,1	4,1	4,1
	4	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
	5	3,3	3,3	3,3	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
	6	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,2	3,2
	7	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	8	3,4	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	9	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3	3,3
	10	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	11	3,5	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	12	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4
	13	2,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	14	2,6	2,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	15	2,7	2,6	2,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5
	16	2,7	2,7	2,6	2,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5
	17	2,7	2,7	2,7	2,7	2,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	18	2,7	2,7	2,7	2,7	2,7	2,7	2,7	3,6	3,6
	19	2,8	2,7	2,7	2,7	2,7	2,7	2,7	2,7	3,6
	20	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,7	2,7	2,7	3,6

Table 3 (Continued) -- Multibatch Nonconcurrent MLAD: $P_F = 1.E-6$ Values of M_0^* , J
at the Specified P_D when SNR is within 3 dB of the Steady State

N	M	P_D								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
10	1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1
	2	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1
	3	3,2	3,2	3,2	3,2	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1
	4	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
	5	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
	6	3,3	3,3	3,3	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
	7	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	8	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	9	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	10	2,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3
	11	2,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	12	2,5	2,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	13	2,5	2,5	2,5	2,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	14	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	3,5	3,5	3,4
	15	2,6	2,6	2,6	2,5	2,5	2,5	2,5	3,5	3,5
	16	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,5	2,5	2,5	3,5
	17	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	3,5
	18	2,7	2,7	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6
	19	2,7	2,7	2,7	2,7	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6
	20	2,7	2,7	2,7	2,7	2,7	2,6	2,6	2,6	2,6
30	1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1
	2	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1
	3	3,2	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1
	4	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,1	3,1
	5	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
	6	3,3	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
	7	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,2	3,2	3,2
	8	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	9	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	10	2,4	2,4	2,4	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	11	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	3,4	3,3	2,3
	12	2,5	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	3,4	3,4	3,4
	13	2,5	2,5	2,4	2,4	2,4	2,4	3,4	3,4	3,4
	14	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	3,4	3,4	3,4
	15	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	3,4
	16	2,6	2,6	2,6	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
	17	2,6	2,6	2,6	2,6	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
	18	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,5	2,5	2,5
	19	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,5
	20	2,7	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6

Table 4 — Multibatch Nonconcurrent MLAD: $P_F = 1.E-8$ Values of M_0^*, J
at the Specified P_D when SNR is within 3 dB of the Steady State

N	M	P_D								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
2	1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1
	2	9,2	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1
	3	6,2	6,2	6,2	6,2	6,2	7,2	7,2	8,2	9,1
	4	5,3	5,3	5,3	6,2	6,2	6,2	6,2	6,2	6,2
	5	4,3	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3	6,2	6,2
	6	4,4	4,4	4,4	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3
	7	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	5,3	5,3
	8	4,5	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4
	9	3,5	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,3	4,3
	10	3,6	3,6	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,4
	11	3,6	3,6	3,6	3,6	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5
	12	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	4,5	4,5	4,5
	13	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	4,5
	14	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6
	15	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6
	16	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7
	17	3,9	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7
	18	3,9	3,9	3,9	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8
	19	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,8	3,8	3,8	3,8
	20	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,8
3	1	6,1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1
	2	6,2	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1
	3	4,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	6,2	6,2	7,1
	4	4,3	4,3	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	5,2	5,2
	5	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,2	4,2
	6	3,4	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3
	7	3,4	3,4	3,4	3,4	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3
	8	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	4,3	4,3
	9	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	10	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4
	11	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	12	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	13	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5
	14	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5
	15	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	16	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6
	17	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6
	18	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7
	19	3,9	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7
	20	3,9	3,9	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7
5	1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1
	2	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1
	3	3,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	5,1	5,1	5,1
	4	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	4,2	4,2	4,2
	5	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	6	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,2
	7	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	8	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3
	9	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	10	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	11	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4
	12	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4
	13	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	14	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	15	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5
	16	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	17	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	18	2,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6
	19	2,8	2,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6
	20	2,9	2,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7

Table 4 (Continued) — Multibatch Nonconcurrent MLAD: $P_F = 1.E-8$ Values of M_0^*, J
at the Specified P_D when SNR is within 3 dB of the Steady State

N	M	P_D								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
10	1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1
	2	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	4,1	4,1	4,1	4,1
	3	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	4,1	4,1	4,1
	4	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
	5	3,3	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
	6	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,2	3,2	3,2
	7	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,2
	8	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	9	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3
	10	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3
	11	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	12	3,5	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	13	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4
	14	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	15	2,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	16	2,6	2,6	2,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5
	17	2,7	2,7	2,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5
	18	2,7	2,7	2,7	2,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	19	2,7	2,7	2,7	2,7	2,7	3,6	3,6	3,6	3,6
	20	2,8	2,7	2,7	2,7	2,7	2,7	3,7	3,6	3,6
30	1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1
	2	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1
	3	3,2	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1
	4	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,1
	5	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
	6	3,3	3,3	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
	7	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,2	3,2
	8	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	9	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	10	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3
	11	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3
	12	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	13	2,5	2,5	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	14	2,5	2,5	2,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4	3,4
	15	2,6	2,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4
	16	2,6	2,6	2,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	17	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	3,6	3,5	3,5	3,5
	18	2,7	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	3,6	3,5
	19	2,7	2,7	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	3,6
	20	2,7	2,7	2,7	2,7	2,7	2,6	2,6	2,6	2,6

Table 5 — Multibatch Concurrent MLAD: $P_F = 1.E-6$ Values of M_0^* , J
at the Specified P_D when SNR is within 3 dB of the Steady State

N	M	P_D								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
2	1	8,1	8,1	8,1	8,1	8,1	8,1	8,1	9,1	9,1
	2	7,2	8,1	8,1	8,1	8,1	8,1	9,1	9,1	9,1
	3	5,2	6,2	6,2	6,2	6,2	7,2	7,2	8,2	9,1
	4	5,3	5,3	6,2	6,2	6,2	6,2	6,2	6,2	6,2
	5	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3	6,3	6,2	6,2
	6	4,4	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3	6,3
	7	4,4	4,4	4,4	4,4	5,4	5,3	5,3	5,3	5,3
	8	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	5,4	5,4	5,4	5,3
	9	4,5	4,5	4,5	4,5	4,4	4,4	4,4	5,4	5,4
	10	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	5,4
	11	4,6	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5
	12	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,5	4,5	4,5	4,5
	13	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,5
	14	3,7	4,7	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6
	15	3,8	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,6	4,6	4,6
	16	3,8	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,6
	17	3,9	3,8	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7
	18	3,9	3,9	3,9	4,8	4,8	4,8	4,7	4,7	4,7
	19	3,9	3,9	3,9	4,8	4,8	4,8	4,8	4,8	4,7
	20	3,10	3,9	3,9	3,9	4,8	4,8	4,8	4,8	4,8
3	1	6,1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1
	2	6,2	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1
	3	5,2	5,2	5,2	5,2	6,2	6,2	6,2	7,1	7,1
	4	4,3	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	6,2
	5	4,3	4,3	4,3	5,3	5,3	5,2	5,2	5,2	5,2
	6	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	5,3	5,3	5,3
	7	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,3	4,3	4,3	5,3
	8	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4
	9	4,5	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4
	10	4,5	4,5	4,5	4,5	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4
	11	3,6	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,4
	12	3,6	3,6	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5
	13	3,6	3,6	4,6	4,6	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5
	14	3,7	3,7	3,7	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,5
	15	3,7	3,7	3,7	3,7	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6
	16	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7	4,6	4,6	4,6	4,6
	17	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7	4,6	4,6	4,6
	18	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7	4,7	4,7
	19	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	4,7	4,7
	20	3,9	3,9	3,9	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	4,7
5	1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1
	2	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	6,1	6,1
	3	4,2	4,2	4,2	4,2	5,2	5,2	5,2	6,1	6,1
	4	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	5,2
	5	4,3	4,3	4,3	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2
	6	3,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3
	7	3,4	3,4	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3
	8	3,4	3,4	3,4	4,4	4,4	4,3	4,3	4,3	4,3
	9	3,4	3,4	3,4	3,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,3
	10	3,5	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4	4,4	4,4	4,4
	11	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	4,4	4,4
	12	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	13	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	14	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5
	15	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5
	16	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	17	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6
	18	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6
	19	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7
	20	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7

Table 5 (Continued) — Multibatch Concurrent MLAD: $P_F = 1.E-6$ Values of M_0^* , J
at the Specified P_D when SNR is within 3 dB of the Steady State

N	M	P_D								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
10	1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1
	2	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1
	3	3,2	3,2	4,2	4,2	4,2	4,1	4,1	4,1	4,1
	4	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	4,2	4,2
	5	3,3	3,3	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
	6	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,2
	7	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	8	3,4	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	9	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3
	10	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	11	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	12	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4
	13	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4
	14	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	15	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	16	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5
	17	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5
	18	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	19	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	20	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6
30	1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1
	2	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1
	3	3,2	3,2	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1
	4	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	4,1	4,1
	5	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
	6	3,3	3,3	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
	7	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,2	3,2
	8	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	9	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	10	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	11	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3
	12	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	13	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	14	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4	3,4
	15	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4
	16	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	17	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	18	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5
	19	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5
	20	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6

Table 6 — Multibatch Concurrent MLAD: $P_F = 1.E-8$ Values of M_0^* , J
at the Specified P_D when SNR is within 3 dB of the Steady State

N	M	P_D								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
2	1	10,1	10,1	10,1	10,1	10,1	10,1	10,1	10,1	10,1
	2	8,2	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1
	3	6,2	7,2	7,2	7,2	8,2	8,2	8,2	9,2	9,1
	4	6,3	6,3	6,3	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2
	5	5,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	7,2	7,2
	6	5,4	5,4	5,4	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3
	7	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4	6,3	6,3
	8	4,5	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4
	9	4,5	4,5	5,5	5,5	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4
	10	4,6	4,5	4,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,4
	11	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	5,5	5,5	5,5	5,5
	12	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	5,5	5,5	5,5
	13	4,7	4,7	4,7	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	5,5
	14	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,6	5,6
	15	4,8	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,6
	16	4,8	4,8	4,8	4,8	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7
	17	4,8	4,8	4,8	4,8	4,8	4,8	4,8	4,7	4,7
	18	4,9	4,9	4,8	4,8	4,8	4,8	4,8	4,8	4,7
	19	4,9	4,9	4,9	4,9	4,8	4,8	4,8	4,8	4,8
	20	4,9	4,9	4,9	4,9	4,9	4,9	4,8	4,8	4,8
3	1	8,1	8,1	8,1	8,1	8,1	8,1	8,1	8,1	8,1
	2	7,2	8,1	8,1	8,1	8,1	8,1	8,1	8,1	8,1
	3	6,2	6,2	6,2	6,2	6,2	7,2	7,2	8,2	8,1
	4	5,3	5,3	6,2	6,2	6,2	6,2	6,2	6,2	6,2
	5	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3	6,2	6,2	6,2
	6	4,4	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3
	7	4,4	4,4	4,4	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3
	8	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	5,4	5,4	5,4	5,3
	9	4,5	4,5	4,5	4,5	4,4	4,4	4,4	5,4	5,4
	10	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	5,4
	11	4,6	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5
	12	4,6	4,6	4,6	4,6	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5
	13	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,5
	14	4,7	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6
	15	4,7	4,7	4,7	4,7	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6
	16	3,8	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,6	4,6
	17	3,8	4,8	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7
	18	3,9	3,9	4,8	4,8	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7
	19	3,9	3,9	4,8	4,8	4,8	4,8	4,7	4,7	4,7
	20	3,9	3,9	3,9	4,8	4,8	4,8	4,8	4,8	4,7
5	1	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1
	2	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1
	3	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	6,2	6,2	6,1
	4	4,3	4,2	4,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2
	5	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	5,2	5,2	5,2	5,2
	6	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	5,2
	7	4,4	4,4	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3
	8	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,3	4,3
	9	3,5	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4
	10	3,5	3,5	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4
	11	3,5	3,5	3,5	4,5	4,5	4,5	4,4	4,4	4,4
	12	3,6	3,6	3,6	3,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5
	13	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	4,5	4,5	4,5
	14	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	4,5	4,5
	15	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	4,5
	16	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6
	17	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7
	18	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7
	19	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7
	20	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8

Table 6 (Continued) — Multibatch Concurrent MLAD: $P_F = 1.E-8$ Values of M_0^* , J
at the Specified P_D when SNR is within 3 dB of the Steady State

N	M	P_D								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
10	1	4,1	4,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1
	2	4,1	4,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1
	3	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	5,1	5,1	5,1
	4	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2
	5	3,3	3,3	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2
	6	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	4,3	4,2	4,2
	7	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	4,3
	8	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3
	9	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3
	10	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	11	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	12	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4
	13	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	14	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	15	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5
	16	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	17	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	18	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6
	19	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6
	20	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7
30	1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1
	2	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1
	3	3,2	3,2	3,2	3,2	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1
	4	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
	5	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
	6	3,3	3,3	3,3	3,3	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
	7	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,2
	8	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	9	3,4	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	10	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3	3,3
	11	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	12	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	13	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4
	14	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4
	15	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	16	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	17	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5
	18	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5
	19	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	20	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6

Table 7 — Kelly Detector: $P_F = 1.E-6$ Values of M_0^* , J at the Specified P_D
when SNR is within 3 dB of the Steady State

N	M	P_D								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
2	1	7,1	7,1	7,1	8,1	8,1	8,1	8,1	8,1	8,1
	2	7,2	8,1	8,1	8,1	8,1	8,1	8,1	8,1	8,1
	3	5,2	5,2	5,2	6,2	6,2	6,2	7,2	7,2	8,1
	4	5,3	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	6,2
	5	4,3	4,3	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3	5,2	5,2
	6	4,4	4,4	4,3	4,3	4,3	5,3	5,3	5,3	5,3
	7	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,3	4,3	5,3
	8	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4
	9	4,5	4,5	4,5	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4
	10	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,4	4,4
	11	3,6	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5
	12	3,7	3,6	4,6	4,6	4,6	4,5	4,5	4,5	4,5
	13	3,7	3,7	3,7	3,7	4,6	4,6	4,6	4,5	4,5
	14	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	4,6	4,6	4,6
	15	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	4,6	4,6
	16	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7	4,6
	17	3,9	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7
	18	3,9	3,9	3,9	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8
	19	3,10	3,9	3,9	3,9	3,9	3,8	3,8	3,8	3,8
	20	3,10	3,10	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,8	3,8
3	1	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1
	2	6,2	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1
	3	4,2	4,2	5,2	5,2	5,2	5,2	6,2	6,1	6,1
	4	4,3	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	5,2	5,2
	5	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,2	4,2	4,2
	6	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3
	7	3,4	4,4	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3
	8	3,4	3,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,3	4,3	4,3
	9	3,5	3,5	3,5	3,5	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4
	10	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	4,4	4,4	4,4
	11	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	4,4
	12	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	13	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5
	14	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	15	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	16	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6
	17	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7
	18	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7
	19	3,9	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7
	20	3,9	3,9	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8
5	1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1
	2	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1
	3	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	5,2	5,1	5,1
	4	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2
	5	3,3	3,3	3,3	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2
	6	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	4,2	4,2
	7	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	8	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3
	9	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3
	10	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	11	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4
	12	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4
	13	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	14	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5
	15	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5
	16	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	17	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	18	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6
	19	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6
	20	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7

Table 7 (Continued) — Kelly Detector: $P_F = 1.E-6$ Values of M_0^* , J at the Specified P_D when SNR is within 3 dB of the Steady State

N	M	P_D								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
10	1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1
	2	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1
	3	3,2	3,2	3,2	3,2	4,2	4,1	4,1	4,1	4,1
	4	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
	5	3,3	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
	6	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,2	3,2	3,2
	7	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	8	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	9	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3
	10	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3
	11	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	12	3,5	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	13	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4	3,4
	14	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	15	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	16	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5
	17	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5
	18	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	19	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6
	20	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6
30	1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1
	2	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1
	3	3,2	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1
	4	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,1
	5	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
	6	3,3	3,3	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
	7	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,2	3,2	3,2
	8	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	9	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	10	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	11	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3
	12	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	13	3,5	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	14	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4	3,4
	15	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4
	16	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	17	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	18	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5
	19	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5
	20	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6

Table 8 — Kelly Detector: $P_F = 1.E-8$ Values of M_0^* , J at the Specified P_D
when SNR is within 3 dB of the Steady State

N	M	P_D								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
2	1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1	9,1
	2	8,2	9,1	10,1	10,1	10,1	10,1	10,1	10,1	10,1
	3	6,2	6,2	6,2	7,2	7,2	7,2	8,2	9,2	10,1
	4	5,3	6,3	6,2	6,2	6,2	6,2	6,2	6,2	7,2
	5	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3	6,3	6,3	6,2	6,2
	6	5,4	5,4	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3	6,3
	7	4,4	4,4	5,4	5,4	5,4	5,4	5,3	5,3	5,3
	8	4,5	4,5	4,5	4,4	4,4	4,4	5,4	5,4	5,4
	9	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	5,4	5,4
	10	4,6	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	5,4
	11	4,6	4,6	4,6	4,6	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5
	12	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,5
	13	4,7	4,7	4,7	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6
	14	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,6	4,6	4,6
	15	3,8	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,6
	16	3,9	3,8	4,8	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7
	17	3,9	3,9	3,9	4,8	4,8	4,7	4,7	4,7	4,7
	18	3,10	3,9	3,9	3,9	4,8	4,8	4,8	4,8	4,7
	19	3,10	3,10	3,9	3,9	3,9	4,8	4,8	4,8	4,8
	20	3,10	3,10	3,10	3,10	3,10	3,9	4,8	4,8	4,8
3	1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1
	2	7,2	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1
	3	5,2	5,2	5,2	5,2	6,2	6,2	6,2	7,2	7,1
	4	5,3	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2
	5	4,3	4,3	4,3	5,3	5,3	5,3	5,2	5,2	5,2
	6	4,4	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	5,3	5,3
	7	4,4	4,4	4,4	4,4	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3
	8	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,3
	9	4,5	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4
	10	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,4	4,4	4,4	4,4
	11	3,6	3,6	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5
	12	3,6	3,6	3,6	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5
	13	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	4,5	4,5	4,5
	14	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	4,6	4,5
	15	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	4,6
	16	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7
	17	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7
	18	3,9	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7
	19	3,9	3,9	3,9	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7
	20	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,8	3,8	3,8	3,8
5	1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1
	2	5,2	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	6,1
	3	4,2	4,2	4,2	4,2	5,2	5,2	5,2	6,1	6,1
	4	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2
	5	4,3	4,3	4,3	4,3	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2
	6	3,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3
	7	3,4	3,4	3,4	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3
	8	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	4,3	4,3	4,3
	9	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	4,3
	10	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4
	11	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4
	12	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	13	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5
	14	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5
	15	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	16	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	17	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6
	18	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7
	19	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7
	20	3,9	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7

Table 8 (Continued) — Kelly Detector: $P_F = 1.E-8$ Values of M_0^* , J at the Specified P_D when SNR is within 3 dB of the Steady State

N	M	P_D								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
10	1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1
	2	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1
	3	3,2	3,2	4,2	4,2	4,2	4,1	4,1	4,1	4,1
	4	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	4,2
	5	3,3	3,3	3,3	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
	6	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,2
	7	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	8	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	9	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3
	10	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	11	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	12	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4	3,4
	13	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4
	14	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	15	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	16	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5
	17	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	18	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	19	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6
	20	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6
30	1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1
	2	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1
	3	3,2	3,2	3,2	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1
	4	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,1
	5	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
	6	3,3	3,3	3,3	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2
	7	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,2
	8	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	9	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3
	10	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3
	11	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	12	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
	13	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4
	14	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4
	15	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	16	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
	17	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5
	18	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5
	19	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
	20	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,6

4. M_0^* decreases as the number of input channels N increases. All other parameters held constant.
5. M_0^* increases as the desired false alarm probability P_F decreases. All other parameters held constant.
6. M_0^* and J are relatively insensitive to the specified P_D for a given P_F , M , and N .
7. For a given P_D , P_F , M , and N , the specified M_0^* , J are similar for the three single observations adaptive detectors.

The last observation is significant because the MLAD configurations are significantly simpler to implement than the GLRT configuration [1].

5.0 SUMMARY

Performance results for three multiple-observation binary adaptive detectors have been presented. A multiple observation binary adaptive detector consisted of a selected single-observation adaptive detector followed by a binary integrator/detector (J out of M detector). Three types of single observation adaptive detectors were considered: nonconcurrent mean-level adaptive detection (MLAD), concurrent MLAD, and the generalized likelihood ratio test (GLRT). The desired input signal was modeled as a Swerling II target. Detection performance P_D of each binary adaptive detector was evaluated as function of the number of input channels N , the number of independent input samples-per-channel K used to estimate the unknown input covariance matrix, the order of the binary detector M , the desired probability of false alarm P_F , and the matched filtered output S/N. Tables of detection performance were provided that will aid in specifying the optimal J for the J out of M detector and finding the number of input samples per channel K^* necessary to achieve just a 3 dB loss in optimal performance for a given P_D , P_F , M , N , and single-observation detector configuration. Significantly, K^* was found to be relatively invariant as a function of the single-observation detector configuration. Thus one might choose the MLAD detector over the GLRT detector since the former is significantly less complex to implement. Also, M_0^* and J were relatively insensitive to the specified P_D for a given P_F , M , and N . Hence the optimized detection scheme will be robust with respect to the input S/N.

REFERENCES

1. K. Gerlach, "Convergence Performance of Adaptive Detectors, Part 2," NRL Report 9337, Aug. 1991.
2. E.J. Kelly, "An Adaptive Detection Algorithm," *IEEE Trans. AES* 22(1), 115-127 (1986).
3. K. Gerlach, "Convergence Performance of Adaptive Detectors, Part 3," NRL Report 9370, March 1992.
4. B.O. Steenson, "Detection Performance of a Mean-Level Threshold," *IEEE Trans. AES* 4(4), 529-534 (1968).
5. G.M. Dillard, "Mean-Level Detection of Nonfluctuating Signals," *IEEE Trans. AES* 10(6) 795-799 (1974).
6. K. Gerlach, "Convergence Performance of Adaptive Detectors, Part 1," NRL Report 9311, July 1991.

7. J.V. Di Franco and W.L. Rubin, *Radar Detection* (Artech. House, Dedham, MA, 1980).
8. I.S. Reed, J.D. Mallett, and L.E. Brennan, "Rapid Convergence Rate in Adaptive Arrays," *IEEE Trans. AES* 10(6), 853-863 (1974).
9. R. Worley, "Optimum Thresholds for Binary Detection," *IEEE Trans. on Inform. Theory*, IT-14(3), 349-353 (1968).