

INSTITUT FRANCO-ALLEMAND DE RECHERCHES DE SAINT-LOUIS
DEUTSCH-FRANZÖSISCHES FORSCHUNGSMINISTRIUM SAINT-LOUIS



Diese Unterlagen dürfen ohne ausdrückliche Genehmigung
des Bundesministeriums der Verteidigung - Rü VII 6 -
nur an Bundeswehrdienststellen oder militärische Stellen
anderer NATO-Staaten weitergegeben werden.

Résultats statistiques concernant la précision des méthodes de
corrélation et d'interpolation sub-pixel utilisées en PIV vidéo

Statistische Ergebnisse betreffend die Genauigkeit der bei der Video-PIV
verwendeten Korrelations- und Subpixel-Interpolationsmethoden

WERNERT P., SCHNEILIN E.*

19991105 081

70

DTIC QUALITY INSPECTED 4

AQF00-02-0434

REPORT DOCUMENTATION PAGE

Form Approved OMB No. 074-0188

Public reporting burden for this collection of information is estimated to average 1 hour per response, including the time for reviewing instructions, searching existing data sources, gathering and maintaining the data needed, and completing and reviewing this collection of information. Send comments regarding this burden estimate or any other aspect of this collection of information, including suggestions for reducing this burden to Washington Headquarters Services, Directorate for Information Operations and Reports, 1215 Jefferson Davis Highway, Suite 1204, Arlington, VA 22202-4302, and to the Office of Management and Budget, Paperwork Reduction Project (0704-0188), Washington, DC 20503

1. AGENCY USE ONLY (Leave blank)**2. REPORT DATE** 27 August 1998**3. REPORT TYPE AND DATES COVERED**

TITLE Statistical Results Concerning the Precision of the Methods of Correlation and Interpolation Sub-Pixel Used in Video PIV. Resultats Statistiques Concernant la Precision des Methodes de Correlation et d'Interpolation sub-Pixel Utililsees en PIV Video.

6. AUTHOR(S) Wernert, P.**5. FUNDING NUMBERS****7. PERFORMING ORGANIZATION NAME(S) AND ADDRESS(ES)**Institut Franco-Allemand de
Recherches de Saint-Louis**8. PERFORMING ORGANIZATION
REPORT NUMBER**

Isl-R-119/98

9. SPONSORING / MONITORING AGENCY NAME(S) AND ADDRESS(ES)**10. SPONSORING / MONITORING
AGENCY REPORT NUMBER****11. SUPPLEMENTARY NOTES** Text in French; abstract in French and German.**12a. DISTRIBUTION / AVAILABILITY STATEMENT** DTIC Users only.**12b. DISTRIBUTION CODE**

13. ABSTRACT (Maximum 200 Words) In this report, large lines of an analytical model allowing the calculation of the levels of gray delivered by a CCD camera at the time of shooting by the Velocimetry by Images of Particles (PIV) method are recalled. The image of the particles illuminated by the laser plan is given starting from a relation of convolution between the impulse response of the objective and the geometrical image of these particles, and the CCD camera is modelled by effects of space integration, of profit and of quantification. This model is validated on a precise case of shootings of PIV. The principles of the traditional methods of correlation (autocorrelation and cross correlation) and of interpolation subpixel (barycentre, adjustment by parabolic and Gaussian function) allowing the determination of displacement of the particles are also pointed out. This report continues with the numerical simulations, based on the preceding model, corresponding to two configurations of particles: the first configuration relates to the ideal case of only one particle with surface of interrogation and the second configuration, the more realistic case, of a variable number of particles per surface of interrogation. In these two configurations, the sources of noise are not taken into account. (Machine assisted translation)

14. SUBJECT TERMS Foreign Reports, France, French language**15. NUMBER OF PAGES** 76**16. PRICE CODE****17. SECURITY CLASSIFICATION
OF REPORT** UNCLASSIFIED**18. SECURITY CLASSIFICATION
OF THIS PAGE** UNCLASSIFIED**19. SECURITY CLASSIFICATION
OF ABSTRACT** UNCLASSIFIED**20. LIMITATION OF
ABSTRACT** UL

Résultats statistiques concernant la précision des méthodes de corrélation et d'interpolation sub-pixel utilisées en PIV vidéo

Statistische Ergebnisse betreffend die Genauigkeit der bei der Video-PIV verwendeten Korrelations- und Subpixel-Interpolationsmethoden

WERNERT P., SCHNEILIN E.*

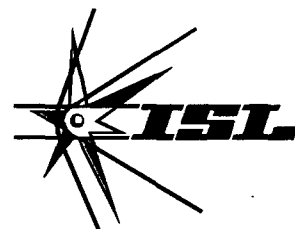
* Stagiaire/Praktikant ENSMA, Poitiers

Axe de recherches
Schwerpunkt

2.1

Ondes aériennes et écoulements turbulents
Luftwellen und turbulente Strömungen

R 119/98



Rapport / Bericht

Saint-Louis, 27.08.1998

Ce document contient 74 pages

Dieses Dokument enthält 74 Seiten

Éditeur / Herausgeber



INSTITUT FRANCO-ALLEMAND DE RECHERCHES DE SAINT-LOUIS

5 rue du Général Cassagnou - BP 34 - F 68301 SAINT LOUIS

Tél. 03 89 69 50 00 - Fax 03 89 69 50 02 - ~~E-mail: ist@cedocar.fr~~

DEUTSCH-FRANZÖSISCHES FORSCHUNGSINSTITUT SAINT-LOUIS

Postfach 1260 - D 79574 WEIL AM RHEIN

Tel. 00 33 3 89 69 50 00 - Fax 00 33 3 89 69 50 02 - ~~E-mail: ist@cedocar.fr~~

Table des matières

Résumé	5
Mots-clés	5
Zusammenfassung	6
Schlagwörter	6
Légendes figures / Figurenlegenden	7
Légendes tableaux / Tabellenlegenden	13
Notations	15
1. Introduction	17
2. Modélisation d'un système de PIV vidéo	19
2.1 Rappel du principe de la méthode de PIV	19
2.2 Modélisation du système optique	21
2.2.1 Notations	21
2.2.2 Relation principale	22
2.2.3 Modélisation de la réponse impulsionnelle du système optique	23
2.2.4 Modélisation de l'image géométrique de l'objet	24
2.2.5 Calcul de l'intensité lumineuse arrivant sur la matrice CCD	24
2.3 Modélisation de la caméra CCD	25
2.3.1 Intégration spatiale	26
2.3.2 Gain et bruit	26
2.3.3 Quantification	27
2.4 Validation du modèle analytique	27
3. Méthodes de traitement des prises de vues de PIV	29
3.1 Autocorrélation et corrélation croisée	29
3.1.1 Autocorrélation	29
3.1.2 Corrélation croisée	30
3.2 Interpolation sub-pixel	30
4. Simulations numériques	33
4.1 Généralités	33
4.1.1 Variables aléatoires	33
4.1.2 Conditions optimales en PIV	34
4.1.3 Modèle numérique	34
4.2 Cas d'une seule particule présente dans l'aire d'interrogation	35
4.2.1 Exemple	35
4.2.2 Convergence de l'erreur de déplacement	37
4.2.3 Répartition de l'erreur de déplacement	38
4.2.4 Influence du déplacement fractionnaire sur l'erreur de déplacement	40
4.2.5 Influence du rayon de la particule sur l'erreur de déplacement	42
4.3 Cas de plusieurs particules présentes dans l'aire d'interrogation	43
4.3.1 Condition des simulations	43
4.3.2 Convergence de l'erreur de déplacement	45
4.3.3 Distribution de l'erreur de déplacement	46
4.3.4 Exemple de "faux vecteur"	47
4.3.5 Convergence de l'erreur de déplacement après élimination des "faux vecteurs"	50

4.3.6 Performances comparées des méthodes de corrélation et d'interpolation sub-pixel	51
4.3.7 Influence du déplacement fractionnaire sur l'erreur de déplacement	52
4.3.8 Influence du rayon des particules sur l'erreur de déplacement	53
4.4 Cas de plusieurs particules avec présence de bruit	55
4.4.1 Aire d'interrogation réelle de PIV	55
4.4.2 Simulation d'aires d'interrogation avec bruit	56
4.4.3 Méthodes de corrélation	57
4.4.4 Élimination du bruit de fond	59
4.4.5 Influence du niveau de bruit de fond sur l'erreur de déplacement	61
4.4.6 Conclusion	63
4.5 Cas de plusieurs particules avec un gradient de déplacement	63
4.5.1 Configuration	63
4.5.2 Exemple de répartition des particules	64
4.5.3 Influence du gradient de déplacement sur les pics de corrélation	64
4.5.4 Influence du gradient de déplacement sur les erreurs de déplacement	65
4.5.5 Autre exemple de simulation	66
5. Conclusions et perspectives	69
6. Bibliographie	71

Résumé

Dans ce Rapport, les grandes lignes d'un modèle analytique permettant le calcul des niveaux de gris délivrés par une caméra CCD lors des prises de vues par la méthode de Vélocimétrie par Images de Particules (PIV) sont rappelées. L'image des particules éclairées par le plan laser est déterminée à partir d'une relation de convolution entre la réponse impulsionnelle de l'objectif et l'image géométrique de ces particules, et la caméra CCD est modélisée par ses effets d'intégration spatiale, de gain et de quantification. Ce modèle est validé sur un cas précis de prises de vues réelles de PIV.

Les principes des méthodes classiques de corrélation (autocorrélation et corrélation croisée) et d'interpolation sub-pixel (barycentre, ajustement par fonction parabolique et gaussienne) permettant la détermination du déplacement des particules sont également rappelés.

Ce Rapport se poursuit par des simulations numériques, basées sur le modèle précédent, correspondant à deux configurations de particules : la première configuration concerne le cas idéal d'une seule particule par aire d'interrogation et la seconde configuration, le cas plus réaliste, d'un nombre variable de particules par aire d'interrogation. Dans ces deux configurations, les sources de bruit ne sont pas prises en compte. Ces simulations fournissent des résultats statistiques importants concernant les erreurs commises par les méthodes classiques de corrélation et d'interpolation sub-pixel lors de la détermination de déplacement des particules. De plus, ces simulations mettent en évidence les faiblesses des méthodes employées (production de "faux vecteurs"). Enfin, ce Rapport aborde le cas de configurations de particules similaires à celles rencontrées sur des prises de vues réelles de PIV (nombre variable de particules, bruit, gradient de vitesses).

Mots-clés

Autocorrélation
Caméra CCD
Corrélation croisée
Erreurs de déplacement
Faux vecteurs
Images de particules

Interpolation sub-pixel
Mécanique des fluides
Méthodes de mesure
Optique de Fourier
Simulations numériques
Vélocimétrie par images de particules (PIV)

Zusammenfassung

In diesem Bericht wird ein analytisches Modell zur Berechnung der Grauwerte einer CCD-Kamera bei Aufnahmen mittels der PIV-Methode (Particle Image Velocimetry) umrissen. Das Bild der durch den Lichtschnitt beleuchteten Partikel wird ausgehend von einer Faltungsbeziehung zwischen der Impulsantwort des Objektivs und dem geometrischen Bild dieser Partikel bestimmt, und die CCD-Kamera wird anhand ihrer Wirkungen betreffend räumliche Integration, Verstärkung und Quantifizierung modelliert. Dieses Modell wird an einem präzisen Fall realer PIV-Aufnahmen validiert. Die Prinzipien der klassischen Methoden der Korrelation (Autokorrelation und Kreuzkorrelation) und der Subpixel-Interpolation (Schwerpunkt, Anpassung durch parabolische und Gaußsche Funktion), die die Bestimmung der Partikelverschiebung ermöglichen, werden ebenfalls nochmals erläutert.

Des Weiteren enthält dieser Bericht numerische Simulationen auf der Basis des vorstehend angeführten Modells, entsprechend zwei Partikelkonfigurationen: die erste Konfiguration betrifft den idealen Fall eines einzigen Partikels pro Abfragebereich und die zweite Konfiguration den realistischeren Fall einer variablen Partikelzahl pro Abfragebereich. Bei beiden Konfigurationen werden die Rauschquellen nicht berücksichtigt.

Diese Simulationen liefern wichtige statistische Ergebnisse über die Fehler durch die klassischen Methoden der Korrelation und Subpixel-Interpolation bei der Bestimmung der Partikelverschiebung. Außerdem zeigen diese Simulationen die Schwachstellen der verwendeten Methoden auf (Produktion von "falschen Vektoren").

Schließlich wird in diesem Bericht der Fall von Partikelkonfigurationen, ähnlich denjenigen bei realen PIV-Aufnahmen, angesprochen (variable Partikelzahl, Rauschen, Geschwindigkeitsgradient).

Schlagwörter

Autokorrelation
CCD-Kamera
Kreuzkorrelation
Verschiebungsfehler
Falsche Vektoren
Partikelbilder

Subpixel-Interpolation
Strömungsmechanik
Messmethoden
Fourier-Optik
Numerische Simulationen
Particle Image Velocimetry (PIV)

Légendes figures / Figurenlegenden

Fig. 1 -Principe de mesure de la vitesse par PIV <i>Prinzip der Geschwindigkeitsmessung mittels PIV</i>	20
Fig. 2 -Doublets de particules dans une aire d'interrogation; (a) en blanc, les particules correspondant à la première impulsion laser et en noir, à la deuxième; (b) aspect réel <i>Partikelpaare in einem Abfragebereich; (a) weiß: die dem ersten Laserimpuls entsprechenden Partikel; schwarz: die dem zweiten Laserimpuls entsprechenden Partikel; (b) reale Ansicht</i>	20
Fig. 3 -Notation pour les repères utilisés <i>Darstellung der verwendeten Bezugspunkte</i>	21
Fig. 4 -Disposition et notation pour les pixels de la matrice CCD <i>Anordnung und Bezeichnung der Pixel der CCD-Matrix</i>	26
Fig. 5 -Méthode d'ajustement par des fonctions parabolique et gaussienne <i>Anpassungsmethode durch parabolische und Gaußsche Funktion</i>	31
Fig. 6 -Répartition tridimensionnelle des niveaux de gris <i>Dreidimensionale Verteilung der Grauwerte</i>	35
Fig. 7 -Fonction d'autocorrélation correspondant à la figure 6 <i>Autokorrelationsfunktion entsprechend Figur 6</i>	36
Fig. 8a -Répartition tridimensionnelle des niveaux de gris à l'instant t_1 <i>Dreidimensionale Verteilung der Grauwerte zum Zeitpunkt t_1</i>	36
Fig. 8b -Répartition tridimensionnelle des niveaux de gris à l'instant t_2 <i>Dreidimensionale Verteilung der Grauwerte zum Zeitpunkt t_2</i>	36
Fig. 9 - Fonction de corrélation croisée correspondant aux figures 8a et 8b <i>Kreuzkorrelationsfunktion entsprechend den Figuren 8a und 8b</i>	37
Fig. 10a -Convergence de l'erreur de déplacement (moyenne, en pixel) en fonction du nombre de simulations pour les trois méthodes d'interpolation sub-pixel (rayon de 0,87 pixel) <i>Konvergenz des Verschiebungsfehlers (mittlerer, in Pixel) in Abhängigkeit von der Zahl der Simulationen für die drei Subpixel-Interpolationsmethoden (Radius von 0,87 Pixel)</i>	37
Fig. 10b -Convergence de l'erreur de déplacement (écart type, en pixel) en fonction du nombre de simulations pour les trois méthodes d'interpolation sub-pixel (rayon de 0,87 pixel) <i>Konvergenz des Verschiebungsfehlers (Standardabweichung, in Pixel) in Abhängigkeit von der Zahl der Simulationen für die drei Subpixel-Interpolationsmethoden (Radius von 0,87 Pixel)</i>	37
Fig. 11a -Convergence de l'erreur de déplacement (moyenne, en pixel) en fonction du nombre de simulations pour les trois méthodes d'interpolation sub-pixel (rayon de 1,60 pixel) <i>Konvergenz des Verschiebungsfehlers (mittlerer, in Pixel) in Abhängigkeit von der Zahl der Simulationen für die drei Subpixel-Interpolationsmethoden (Radius von 1,60 Pixel)</i>	38
Fig. 11b -Convergence de l'erreur de déplacement (écart type, en pixel) en fonction du nombre de simulations pour les trois méthodes d'interpolation sub-pixel (rayon de 1,60 pixel) <i>Konvergenz des Verschiebungsfehlers (Standardabweichung, in Pixel) in Abhängigkeit von der Zahl der Simulationen für die drei Subpixel-Interpolationsmethoden (Radius von 1,60 Pixel)</i>	38

- Fig. 12 - Histogrammes de répartition des erreurs commises sur le déplacement (en pixel) ; méthodes d'interpolation : a) centre des masses ; b) parabole ; c) gaussienne
Säulendiagramme der Verteilung der Verschiebungsfehler (in Pixel);
Interpolationsmethoden: a) Massenmittelpunkt; b) parabolische Funktion; c) Gaußsche.... 39
- Fig. 13 - Histogrammes de répartition des erreurs commises sur le déplacement (en pixel) ; méthodes d'interpolation : a) centre des masses ; b) parabole ; c) gaussienne
Säulendiagramme der Verteilung der Verschiebungsfehler (in Pixel);
Interpolationsmethoden: a) Massenmittelpunkt; b) parabolische Funktion; c) Gaußsche.... 40
- Fig. 14 - Comparaison des erreurs (en pixel) obtenues par chacune des trois méthodes d'interpolation en fonction du déplacement fractionnaire pour une particule de 0,8 pixel de rayon ; a) erreur moyenne ; b) écart type
Vergleich der Fehler (in Pixel) aufgrund jeder der drei Interpolationsmethoden in Abhängigkeit von der anteiligen Verschiebung im Falle eines Partikels mit einem Radius von 0,8 Pixel; a) mittlerer Fehler; b) Standardabweichung 41
- Fig. 15 - Comparaison des erreurs (en pixel) obtenues par chacune des trois méthodes d'interpolation en fonction du déplacement fractionnaire pour une particule de 1,2 pixel de rayon ; a) erreur moyenne ; b) écart type
Vergleich der Fehler (in Pixel) aufgrund jeder der drei Interpolationsmethoden in Abhängigkeit von der anteiligen Verschiebung im Falle eines Partikels mit einem Radius von 1,2 Pixel; a) mittlerer Fehler; b) Standardabweichung 41
- Fig. 16 - Comparaison des erreurs (en pixel) obtenues par chacune des trois méthodes d'interpolation en fonction du déplacement fractionnaire pour une particule de 1,6 pixel de rayon ; a) erreur moyenne ; b) écart type
Vergleich der Fehler (in Pixel) aufgrund jeder der drei Interpolationsmethoden in Abhängigkeit von der anteiligen Verschiebung im Falle eines Partikels mit einem Radius von 1,6 Pixel; a) mittlerer Fehler; b) Standardabweichung 42
- Fig. 17 - Erreurs de déplacement en fonction du rayon de la particule pour les trois méthodes d'interpolation sub-pixel ; a) en moyenne ; b) en écart type
Verschiebungsfehler in Abhängigkeit vom Partikelradius für die drei Subpixel-Interpolationsmethoden; a) mittlerer Fehler; b) Standardabweichung 43
- Fig. 18 - Position des particules dans une fenêtre de 64 × 64 pixels autour de l'aire d'interrogation de 32 × 32 pixels : la croix correspond à la position des particules à l'instant t_1 et le rond à l'instant t_2
Partikelposition in einem Bildausschnitt von 64 × 64 Pixel um den Abfragebereich von 32 × 32 Pixel: das Sternchen entspricht der Partikelposition zum Zeitpunkt t_1 und der Kreis zum Zeitpunkt t_2 44
- Fig. 19 - Histogramme de répartition du nombre de couples de particules présents dans la fenêtre d'interrogation aux instants t_1 et t_2
Säulendiagramm der Verteilung der Zahl von Partikelpaaren, die sich zu den Zeitpunkten t_1 und t_2 im Abfragefenster befinden 44
- Fig. 20 - Histogramme de répartition du déplacement $\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$
Säulendiagramm der Verteilung der Verschiebung $\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ 45
- Fig. 21 a,b - Convergence de l'erreur de déplacement (en pixel) obtenue par la méthode du centre des masses en autocorrélation (fig. 21a) et en corrélation croisée (fig. 21b)
Konvergenz des Verschiebungsfehlers (in Pixel) aufgrund der Methode des Massenmittelpunkts bei der Autokorrelation (Fig. 21 a) und der Kreuzkorrelation (Fig. 21b) 45
- Fig. 21 c,d - Convergence de l'erreur de déplacement (en pixel) obtenue par la méthode de l'ajustement parabolique en autocorrélation (fig. 21c) et en corrélation croisée (fig. 21d)
Konvergenz des Verschiebungsfehlers (in Pixel) aufgrund der Methode der parabolischen Anpassung bei der Autokorrelation (Fig. 21 c) und der Kreuzkorrelation (Fig. 21d).. 45

Fig. 21 e,f - Convergence de l'erreur de déplacement (en pixel) obtenue par la méthode de l'ajustement gaussien en autocorrélation (fig. 21e) et en corrélation croisée (fig. 21f) Konvergenz des Verschiebungsfehlers (in Pixel) aufgrund der Methode der Gaußschen Anpassung bei der Autokorrelation (Fig. 21e) und der Kreuzkorrelation (Fig. 21f)	46
Fig. 22 a,b - Répartition des erreurs de déplacement (en pixel) obtenues par la méthode du centre des masses en autocorrélation (fig. 22a) et en corrélation croisée (fig. 22b) Verteilung der Verschiebungsfehler (in Pixel) aufgrund der Methode des Massenmittelpunkts bei der Autokorrelation (Fig. 22a) und der Kreuzkorrelation (Fig. 22b)	46
Fig. 22 c,d - Répartition des erreurs de déplacement (en pixel) obtenues par la méthode de l'ajustement parabolique en autocorrélation (fig. 22c) et en corrélation croisée (fig. 22d) Verteilung der Verschiebungsfehler (in Pixel) aufgrund der Methode der parabolischen Anpassung bei der Autokorrelation (Fig. 22c) und der Kreuzkorrelation (Fig. 22d)	47
Fig. 22 e,f - Répartition des erreurs de déplacement (en pixel) obtenues par la méthode de l'ajustement gaussien en autocorrélation (fig. 22e) et en corrélation croisée (fig. 22f) Verteilung der Verschiebungsfehler (in Pixel) aufgrund der Methode der Gaußschen Anpassung bei der Autokorrelation (Fig. 22e) und der Kreuzkorrelation (Fig. 22f)	47
Fig. 23 - Répartition des particules donnant lieu à un "faux vecteur" : instant t_1 (croix) et instant t_2 (rond) Verteilung der zu einem "falschen Vektor" führenden Partikel: Zeitpunkt t_1 (Sternchen) und Zeitpunkt t_2 (Kreis)	48
Fig. 24 - Image restituée par la caméra CCD (aire de 32×32 pixels) Durch die CCD-Kamera wiedergegebenes Bild (Bereich von 32×32 Pixel)	48
Fig. 25 - Répartition tridimensionnelle des niveaux de gris correspondant aux figures 23 et 24 Dreidimensionale Verteilung der Grauwerte entsprechend den Figuren 23 und 24	48
Fig. 26 - Ajustement, par des fonctions parabolique et gaussienne, des histogrammes du pic principal de la figure d'autocorrélation correspondant à la figure 25 ; a) histogramme suivant l'axe x ; b) histogramme suivant l'axe y Anpassung - durch parabolische und Gaußsche Funktion - der Säulendiagramme der Hauptspitze der Autokorrelationsabbildung entsprechend der Figur 25; a) Säulendiagramm gemäß der x-Achse; b) Säulendiagramm gemäß der y-Achse	48
Fig. 27 - Ajustement, par des fonctions parabolique et gaussienne, des histogrammes du pic principal de la figure de corrélation croisée correspondant à la figure 25 ; a) histogramme suivant l'axe x ; b) histogramme suivant l'axe y Anpassung - durch parabolische und Gaußsche Funktion - der Säulendiagramme der Hauptspitze der Kreuzkorrelationsabbildung entsprechend der Figur 25; a) Säulendiagramm gemäß der x-Achse; b) Säulendiagramm gemäß der y-Achse	49
Fig. 28 a,b - Convergence de l'erreur de déplacement (en pixel) obtenues après élimination des "faux vecteurs" par la méthode du centre des masses en autocorrélation (fig. 28a) et en corrélation croisée (fig. 28b) Konvergenz des Verschiebungsfehlers (in Pixel) nach Beseitigung der "falschen Vektoren" durch die Methode des Massenmittelpunkts bei der Autokorrelation (Fig. 28 a) und der Kreuzkorrelation (Fig. 28b)	50
Fig. 28 c,d - Convergence de l'erreur de déplacement (en pixel) obtenues après élimination des "faux vecteurs" par la méthode d'ajustement par fonction parabolique en autocorrélation (fig. 28c) et en corrélation croisée (fig. 28d) Konvergenz des Verschiebungsfehlers (in Pixel) nach Beseitigung der "falschen Vektoren" durch die Methode der Anpassung durch parabolische Funktion bei der Autokorrelation (Fig. 28c) und der Kreuzkorrelation (Fig. 28d)	51

Fig. 28 e,f - Convergence de l'erreur de déplacement (en pixel) obtenues après élimination des "faux vecteurs" par la méthode d'ajustement par fonction gaussienne en autocorrélation (fig. 28e) et en corrélation croisée (fig. 28f) Konvergenz des Verschiebungsfehlers (in Pixel) nach Beseitigung der "falschen Vektoren" durch die Methode der Anpassung durch Gaußsche Funktion bei der Autokorrelation (Fig. 28e) und der Kreuzkorrelation (Fig. 28f)	51
Fig. 29 a,b - Pourcentages de simulations dont l'erreur est supérieure à E_0 ; a) autocorrélation ; b) corrélation croisée Prozentsatz von Simulationen mit einem Fehler größer als E_0 ; a) Autokorrelation; b) Kreuzkorrelation	52
Fig. 29 c,d - Pourcentages de simulations dont l'erreur est supérieure à E_0 ; c) autocorrélation ; d) corrélation croisée Prozentsatz von Simulationen mit einem Fehler größer als E_0 ; c) Autokorrelation; d) Kreuzkorrelation	52
Fig. 30a - Erreur de déplacement en fonction du déplacement fractionnaire (cas de l'autocorrélation) : moyenne (en pixel) de l'erreur de déplacement Verschiebungsfehler in Abhängigkeit von der anteiligen Verschiebung (Fall der Autokorrelation): mittlerer Verschiebungsfehler (in Pixel)	53
Fig. 30b - Erreur de déplacement en fonction du déplacement fractionnaire (cas de l'autocorrélation) : écart type (en pixel) de l'erreur de déplacement Verschiebungsfehler in Abhängigkeit von der anteiligen Verschiebung (Fall der Autokorrelation): Standardabweichung (in Pixel) des Verschiebungsfehlers	53
Fig. 30c - Erreur de déplacement en fonction du déplacement fractionnaire (cas de la corrélation croisée) : moyenne (en pixel) de l'erreur de déplacement Verschiebungsfehler in Abhängigkeit von der anteiligen Verschiebung (Fall der Kreuzkorrelation): mittlerer Verschiebungsfehler (in Pixel)	53
Fig. 30d - Erreur de déplacement en fonction du déplacement fractionnaire (cas de la corrélation croisée) : écart type (en pixel) de l'erreur de déplacement Verschiebungsfehler in Abhängigkeit von der anteiligen Verschiebung (Fall der Kreuzkorrelation): Standardabweichung (in Pixel) des Verschiebungsfehlers	53
Fig. 31a - Erreur de déplacement (moyenne, en pixel) en fonction du rayon des particules (cas de l'autocorrélation) Verschiebungsfehler (mittlerer, in Pixel) in Abhängigkeit vom Partikelradius (Fall der Autokorrelation)	54
Fig. 31b - Erreur de déplacement (écart type, en pixel) en fonction du rayon des particules (cas de l'autocorrélation) Verschiebungsfehler (Standardabweichung, in Pixel) in Abhängigkeit vom Partikelradius (Fall der Autokorrelation)	54
Fig. 31c - Erreur de déplacement (moyenne, en pixel) en fonction du rayon des particules (cas de la corrélation croisée) Verschiebungsfehler (mittlerer, in Pixel) in Abhängigkeit vom Partikelradius (Fall der Kreuzkorrelation)	54
Fig. 31d - Erreur de déplacement (écart type, en pixel) en fonction du rayon des particules (cas de la corrélation croisée) Verschiebungsfehler (Standardabweichung, in Pixel) in Abhängigkeit vom Partikelradius (Fall der Kreuzkorrelation)	54

Fig. 32a - Position des particules de rayon égal à 3 pixels dans une aire d'interrogation de 32×32 pixels : la croix correspond à la position des particules à l'instant t_1 et le rond à l'instant t_2 Position der Partikel mit einem Radius gleich 3 Pixel in einem Abfragebereich von 32×32 Pixel: das Sternchen entspricht der Position der Partikel zum Zeitpunkt t_1 und der Kreis zum Zeitpunkt t_2	55
Fig. 32b - Image restituée par la caméra CCD Durch die CCD-Kamera wiedergegebenes Bild	55
Fig. 33a - Positions de particules de rayon 0,4 pixel Positionen von Partikeln mit einem Radius von 0,4 Pixel	55
Fig. 33b - Niveaux de gris correspondant à la figure 33a (les pics correspondent pour la plupart à des superpositions de particules) Grauwerte entsprechend der Figur 33a (die Spitzen entsprechen zumeist Partikelüberlagerungen)	55
Fig. 34 - Représentations bi- et tridimensionnelle des niveaux de gris d'une aire d'interrogation obtenue lors d'une prise de vue réelle de PIV [14,15] Zwei- und dreidimensionale Darstellung der Grauwerte eines Abfragebereichs bei einer realen PIV-Aufnahme [14, 15]	56
Fig. 35a - Position des particules dans l'aire d'interrogation: la croix correspond à la position des particules à l'instant t_1 et le rond à l'instant t_2 Position der Partikel im Abfragebereich: das Sternchen entspricht der Partikelposition zum Zeitpunkt t_1 und der Kreis zum Zeitpunkt t_2	57
Fig. 35b - Image restituée par la caméra CCD Durch die CCD-Kamera wiedergegebenes Bild	57
Fig. 35c - Répartition tridimensionnelle des niveaux de gris correspondant à la figure 35a Dreidimensionale Verteilung der Grauwerte entsprechend der Figur 35a	57
Fig. 36a - Fonction d'autocorrélation Autokorrelationsfunktion	57
Fig. 36b - Fonction de corrélation croisée Kreuzkorrelationsfunktion	57
Fig. 37 - Fonction d'autocorrélation $\phi(t)$ d'une fonction constante $f(x)$ sur un intervalle Autokorrelationsfunktion $\phi(t)$ einer konstanten Funktion $f(x)$ an einem Intervall	58
Fig. 38 - Pourcentage de simulations dont l'erreur de déplacement est 10 fois inférieure après élimination du bruit à l'erreur de déplacement obtenue avant élimination du bruit Prozentsatz von Simulationen, deren Verschiebungsfehler nach der Beseitigung des Rauschens 10mal kleiner ist als der Verschiebungsfehler vor der Beseitigung des Rauschens	60
Fig. 39a - Exemple de niveaux de gris avant élimination du bruit Beispiel von Grauwerten vor der Beseitigung des Rauschens	60
Fig. 39b - Niveaux de gris après élimination du bruit avec un nombre seuil égal à 0,1 Grauwerte nach der Beseitigung des Rauschens mit einem Schwellenwert gleich 0,1	60
Fig. 40a - Exemple de niveaux de gris avant élimination du bruit Beispiel von Grauwerten vor der Beseitigung des Rauschens	61
Fig. 40b - Niveaux de gris après élimination du bruit avec un nombre seuil égal à 5 Grauwerte nach der Beseitigung des Rauschens mit einem Schwellenwert gleich 5	61

- Fig. 41 - Comparaison des erreurs de déplacement avant (courbes reliant les croix) et après élimination du bruit (courbes reliant les ronds) ; a) courbes obtenues en autocorrélation ; b) courbes obtenues en corrélation croisée
Vergleich der Verschiebungsfehler vor der Beseitigung des Rauschens (Sternchen-Kurven) und nach der Beseitigung des Rauschens (Kreis-Kurven); a) Kurven bei der Autokorrelation; b) Kurven bei der Kreuzkorrelation 61
- Fig. 42 - Pourcentages des simulations donnant des erreurs supérieures à 0,2 pixel pour un écart type du bruit de fond égal à 10 niveaux de gris avant élimination (courbes du haut) et après élimination (courbes du bas) du bruit ; a) courbes obtenues en autocorrélation ; b) courbes obtenues en corrélation croisée
Prozentsatz der Simulationen, die bei einer Standardabweichung des Rauschhintergrunds gleich 10 Grauwerten zu Fehlern von über 0,2 Pixel führen, vor der Beseitigung des Rauschens (Kurven oben) und nach der Beseitigung des Rauschens (Kurven unten); a) Kurven bei der Autokorrelation; b) Kurven bei der Kreuzkorrelation 62
- Fig. 43 - Pourcentages des simulations donnant des erreurs supérieures à 0,2 pixel pour un écart type du bruit de fond égal à 50 niveaux de gris avant élimination (courbes du haut) et après élimination (courbes du bas) du bruit ; a) courbes obtenues en autocorrélation ; b) courbes obtenues en corrélation croisée
Prozentsatz der Simulationen, die bei einer Standardabweichung des Rauschhintergrunds gleich 50 Grauwerten zu Fehlern von über 0,2 Pixel führen, vor der Beseitigung des Rauschens (Kurven oben) und nach der Beseitigung des Rauschens (Kurven unten); a) Kurven bei der Autokorrelation; b) Kurven bei der Kreuzkorrelation 62
- Fig. 44 - Aire d'interrogation de 32×32 pixels montrant les déplacements imposés aux particules à cause du gradient $d(\Delta x)/dy$. Le vecteur central, à l'ordonnée $y_0 = 16$ pixels, représente ΔX_0
Abfragebereich von 32×32 Pixel, der die Verschiebungen der Partikel aufgrund des Gradienten $d(\Delta x)/dy$ zeigt. Der Zentralvektor bei der Ordinate $y_0 = 16$ Pixel stellt ΔX_0 dar. 64
- Fig. 45 - Exemple de répartition des particules correspondant à la configuration avec gradient de déplacement $d(\Delta X)/dy = 0,05$: la croix correspond à la position des particules à l'instant t_1 et le rond à l'instant t_2
Beispiel der Partikelverteilung entsprechend der Konfiguration mit Verschiebungsgradient $d(\Delta X)/dy = 0,05$: das Sternchen entspricht der Position der Partikel zum Zeitpunkt t_1 und der Kreis zum Zeitpunkt t_2 64
- Fig. 46 a,b - Comparaison des histogrammes suivant l'axe x des niveaux de gris du pic principal de la fonction d'autocorrélation ; a) histogramme obtenu avec présence d'un gradient de déplacement ; b) histogramme obtenu sans gradient de déplacement
Vergleich der Säulendiagramme gemäß der x-Achse der Grauwerte der Hauptspitze der Autokorrelationsfunktion: a) Säulendiagramm bei Vorhandensein eines Verschiebungsgradienten; b) Säulendiagramm ohne Verschiebungsgradient 65
- Fig. 46 c,d - Comparaison des histogrammes suivant l'axe y des niveaux de gris du pic principal de la fonction d'autocorrélation ; c) histogramme obtenu avec présence d'un gradient de déplacement ; d) histogramme obtenu sans gradient de déplacement
Vergleich der Säulendiagramme gemäß der y-Achse der Grauwerte der Hauptspitze der Autokorrelationsfunktion; c) Säulendiagramm bei Vorhandensein eines Verschiebungsgradienten; d) Säulendiagramm ohne Verschiebungsgradient 65
- Fig. 47 - Exemple de répartition des particules correspondant à la configuration avec gradient de déplacement $d(\Delta X)/dy = 0,1$: la croix correspond à la position des particules à l'instant t_1 et le rond à l'instant t_2
Beispiel der Partikelverteilung entsprechend der Konfiguration mit Verschiebungsgradient $d(\Delta X)/dy = 0,1$: das Sternchen entspricht der Position der Partikel zum Zeitpunkt t_1 und der Kreis zum Zeitpunkt t_2 66

Fig. 48 - Comparaison des histogrammes suivant l'axe x des niveaux de gris du pic principal de la fonction d'autocorrélation ; a) histogramme obtenu avec présence d'un gradient de déplacement ; b) histogramme obtenu sans gradient de déplacement
 Vergleich der Säulendiagramme gemäß der x-Achse der Grauwerte der Hauptspitze der Autokorrelationsfunktion; a) Säulendiagramm bei Vorhandensein eines Verschiebungsgradienten; b) Säulendiagramm ohne Verschiebungsgradient 67

Légendes tableaux / Tabellenlegenden

Tab. 1 - Caractéristiques des études ISL de PIV Kennwerte der Untersuchungen des ISL mittels PIV.....	17
Tab. 2 - Résultats des méthodes d'interpolation sub-pixel Ergebnisse der Subpixel-Interpolationsmethoden	37
Tab. 3a - Erreur de de déplacement (moyenne et écart type) en pixel pour un rayon de 0,87 pixel Verschiebungsfehler (mittlerer und Standardabweichung) in Pixel bei einem Radius von 0,87 Pixel	38
Tab. 3b - Erreur de de déplacement (moyenne et écart type) en pixel pour un rayon de 1,60 pixel Verschiebungsfehler (mittlerer und Standardabweichung) in Pixel bei einem Radius von 1,60 Pixel	38
Tab. 4 - Résultats sur le calcul des déplacements des particules Ergebnisse der Berechnung der Partikelverschiebungen	49
Tab. 5 - Déplacements (colonnes ΔX et ΔY) calculés par la méthode d'autocorrélation et par les trois méthodes d'interpolation sub-pixel dans le cas d'un gradient $d(\Delta X)/dy$ égal à 0,05 Berechnung der Verschiebungen (Spalten ΔX et ΔY) durch die Methode der Autokorrelation und die drei Methoden der Subpixel-Interpolation im Falle eines Gradienten $d(\Delta X)/dy$ gleich 0,05	66
Tab. 6 - Déplacements (colonnes ΔX et ΔY) calculés par la méthode d'autocorrélation et par les trois méthodes d'interpolation sub-pixel dans le cas sans gradient de déplacement Berechnung der Verschiebungen (Spalten ΔX et ΔY) durch die Methode der Autokorrelation und die drei Methoden der Subpixel-Interpolation bei Fehlen eines Verschiebungsgradienten.....	66
Tab. 7 - Déplacements (colonnes ΔX et ΔY) calculés par la méthode d'autocorrélation et par les trois méthodes d'interpolation sub-pixel dans le cas d'un gradient $d(\Delta X)/dy$ égal à 0,1 Berechnung der Verschiebungen (Spalten ΔX et ΔY) durch die Methode der Autokorrelation und die drei Methoden der Subpixel-Interpolation im Falle eines Gradienten $d(\Delta X)/dy$ gleich 0,1	67
Tab. 8 - Déplacements (colonnes ΔX et ΔY) calculés par la méthode d'autocorrélation et par les trois méthodes d'interpolation sub-pixel dans le cas sans gradient de déplacement Berechnung der Verschiebungen (Spalten ΔX et ΔY) durch die Methode der Autokorrelation und die drei Methoden der Subpixel-Interpolation bei Fehlen eines Verschiebungsgradienten.....	67

Notations

Lettres romaines

$B_{i,j}$	niveau de bruit de $N_{i,j}$
d_1	distance entre plan laser et objectif de la caméra CCD
d_2	distance entre objectif et matrice CCD
f	distance focale de l'objectif
$f\#$	ouverture relative de l'objectif
G	gain de la caméra CCD
$G(x,y,\sigma)$	fonction gaussienne
$h(x,y)$	réponse impulsionnelle en amplitude
(i,j)	coordonnées du pixel courant
I_k	intensité maximale de l'image de la particule k
$I(x,y)$	intensité
M	grandissement de la caméra CCD
$N_{i,j}$	niveau de gris du pixel (i,j)
R_k	rayon de la particule k
R_0, R_1, R_{-1}	niveaux de gris considérés pour l'interpolation sub-pixel
t	temps
t_1	instant de la première impulsion laser
t_2	instant de la seconde impulsion laser
$U(x,y,t)$	amplitude complexe
$\vec{V}$	vecteur vitesse dans l'écoulement
(x,y,z)	coordonnées dans le plan image (matrice CCD)
(X,Y,Z)	coordonnées dans le plan objet (plan laser)
$\vec{X}$	vecteur position dans le plan objet

Lettres grecques

δZ	profondeur de champ
Δ	taille d'un pixel de matrice CCD
ΔT	intervalle de temps entre deux impulsions lasers consécutives
$(\Delta x, \Delta y)$	déplacement imposé aux particules
Δx_E	déplacement entier des particules suivant l'axe x
Δx_e	déplacement fractionnaire des particules suivant l'axe x
ΔX	vecteur déplacement d'une particule entre les instants t et $t + \Delta T$
ϕ	diamètre utile de l'objectif photographique
$\varphi(k,l)$	fonction d'autocorrélation discrète
λ	longueur d'onde de l'impulsion laser
$\psi(k,l)$	fonction de corrélation croisée discrète
σ_k	rayon de l'image de la particule k
v	fréquence spatiale

Indices et abréviations

cdm	centre de masse
FFT	transformée de Fourier rapide
FTM	fonction de transfert de modulation
i	image (matrice CCD)
g	géométrie

gau	gaussien
h	réponse impulsionnelle
k	particule k
min	minimum
max	maximum
o	objet (plan laser)
par	parabolique
0	valeur maximale
*	opération de convolution
~	proportionnalité

.....

1. Introduction

.....

Depuis quelques années, la technique de "Vélocimétrie par Images de Particules" (ou "Particle Image Velocimetry" - PIV : voir [1,2]) s'affirme comme une technique standard de mesure de champs complets de vitesses dans les écoulements. À l'ISL, cette technique a été mise en oeuvre sur diverses installations expérimentales (tab. 1) :

Installation	Thème d'étude	Références bibliographiques
soufflerie subsonique	décrochage dynamique sur profil oscillant	[3] à [13]
tunnel hydrodynamique	décrochage dynamique sur profil oscillant	[14,15]
soufflerie supersonique	dièdre	[14,15]
soufflerie supersonique	culot de projectile	[14,15]
tunnel de tir balistique	projectile en vol	[14,15]

Tab. 1 - Caractéristiques des études ISL de PIV

.....

Pour toutes ces études (sauf celle concernant le décrochage dynamique sur profil oscillant en soufflerie subsonique où une méthode de PIV photographique avait été utilisée), les mesures ont été effectuées à l'aide d'un système de PIV commercial à support vidéo (enregistrement sur caméra CCD). Afin d'utiliser ce système dans de bonnes conditions, il est essentiel d'avoir une idée de la précision des méthodes de traitement utilisées. D'autre part, une analyse de la littérature scientifique parue sur le thème de la PIV montre que ce point particulier (la précision des méthodes de traitement utilisées en PIV vidéo) n'a été que peu étudié. Enfin, si l'avantage principal de ces systèmes commerciaux de PIV est de permettre la réalisation de mesures dans des conditions "conviviales", son inconvénient majeur est que le logiciel de dépouillement des prises de vues est une "boîte noire fermée".

Ce constat fait qu'il est essentiel de disposer, à l'ISL, d'un logiciel de dépouillement de prises de vues "ouvert", donc évolutif, qui serait complémentaire du logiciel "fermé" du système de PIV commercial et qui permettrait d'étudier la précision des méthodes de traitement utilisées en PIV vidéo. De plus, ce logiciel pourrait être amélioré et adapté spécifiquement en fonction de l'écoulement étudié.

Pour évaluer les performances d'un tel logiciel en termes de précision sur la mesure de la vitesse, il est nécessaire de disposer d'un modèle mathématique permettant de simuler des images de PIV. Un tel modèle a été décrit en détail dans [16]. Dans le présent Rapport, après avoir rappelé le principe de la méthode de PIV, nous exposerons brièvement les grandes lignes du modèle décrit dans [16], puis nous l'appliquerons à diverses configurations de particules. Les simulations numériques ainsi effectuées fournissent des résultats statistiques importants sur la précision des méthodes de traitement utilisées en PIV vidéo.

2. Modélisation d'un système de PIV vidéo

2.1 Rappel du principe de la méthode de PIV

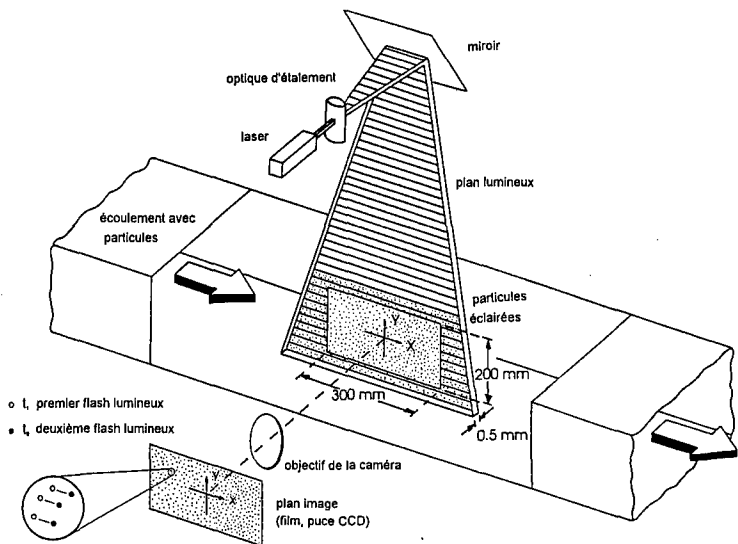
Il semble que la méthode de PIV trouve son origine dans la technique du "speckle" développée initialement, vers la fin des années 1960, pour des études de mécanique des solides. Mais le vrai départ de la PIV est beaucoup plus récent (fin des années 1980), grâce principalement au fort développement de la mini- et micro-informatique. De nombreux articles de référence sur l'histoire et l'état de l'art de la PIV pourront être trouvés dans [1] et [13].

La technique de PIV reprend la majeure partie d'un dispositif classique de visualisations par plan laser : on commence donc par créer un plan de lumière laser (fig. 1) en utilisant des optiques appropriées (lentilles cylindriques et/ou sphériques). On ensemence ensuite l'ensemble de l'écoulement à l'aide de petites particules (de taille typique $1 \mu\text{m}$) et on enregistre l'image de ces particules sur un support photographique ou vidéo. Si cette opération est répétée un court instant ΔT (de l'ordre de quelques dizaines de μs) plus tard, on obtiendra un ensemble de doublets de deux points, chaque doublet montrant la même particule à deux instants différents (t et $t + \Delta T$) et deux endroits différents ($\vec{X}(t)$ et $\vec{X}(t + \Delta T)$) puisqu'elle s'est déplacée entre les prises de vues en suivant l'écoulement (fig. 2). Si l'on parvient ensuite à regrouper les doublets de chaque particule et à trouver leurs positions respectives, on déterminera, à partir de l'intervalle de temps ΔT séparant les deux prises de vues, la norme et la direction du vecteur vitesse local par :

$$\vec{V}(\vec{X}, t) = \frac{\vec{X}(t + \Delta T) - \vec{X}(t)}{M \Delta T}$$

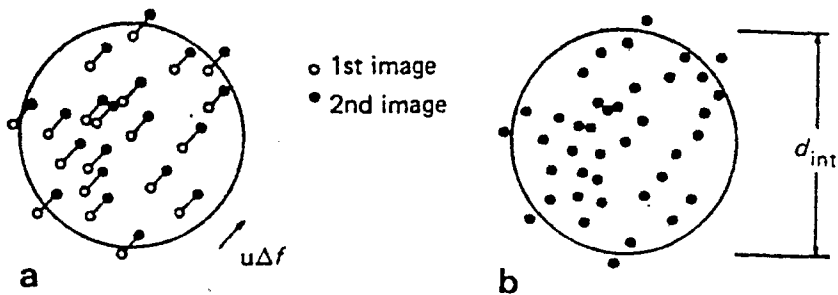
où M représente le facteur de grandissement entre le plan image (pellicule photographique ou matrice CCD) et le plan objet de l'écoulement.

Fig. 1 - Principe de mesure de la vitesse par PIV



Cette opération peut être effectuée automatiquement par une technique de corrélation locale qui va, en fait, mesurer le déplacement moyen d'un certain nombre de particules se trouvant dans une "aire d'interrogation" (fig. 2) et donc en déduire un vecteur vitesse local moyen (voir chap. 2).

Fig. 2 - Doublets de particules dans une aire d'interrogation ; (a) en blanc, les particules correspondant à la première impulsion laser et en noir, à la deuxième ; (b) aspect réel



Il reste ensuite à déterminer le signe du vecteur vitesse : en effet, si les deux images sont enregistrées sur le même support, le plus souvent photographique (dépouillement par autocorrélation), il n'est pas possible de savoir lequel des deux points correspond au premier instant de prise de vues et lequel correspond au second (fig. 2b ci-dessus). Pour lever cette ambiguïté, comme dans le cas de l'anémométrie laser Doppler (LDA), on détermine la vitesse par rapport à une référence connue non nulle : ce procédé est connu sous le nom de décalage d'image ("image shifting") : § 4.3.4 de [13].

Il est à noter ici que la technique de PIV peut être employée sans avoir recours à l'utilisation d'un dispositif de décalage d'images. En effet, l'ambiguïté sur le signe de la vitesse est levée dès lors que l'on utilise, par exemple, deux fenêtres de corrélation différentes provenant de deux images successives de l'écoulement sur une caméra CCD : voir [1]. Le dépouillement des prises de vues se fait alors par une technique d'intercorrélation (ou corrélation croisée) qui est de plus en plus souvent employée. Dans la suite de ce Rapport, nous considérerons donc le cas de prises de vues par caméra

CCD (PIV vidéo) et les deux types de dépouillement possibles : autocorrélation et corrélation croisée.

Si le principe général de la méthode décrite ci-dessus semble simple, elle nécessite néanmoins un dispositif expérimental très complet : dispositif d'ensemencement, source laser, système d'enregistrement et de décalage d'images. L'ensemble de ce dispositif ainsi que certains problèmes annexes (synchronisation, choix des paramètres de prises de vues, validation et précision des résultats, etc.) sont traités en détail dans [1] et [13].

2.2 Modélisation du système optique

Comme précisé dans l'introduction, nous ne rappelons ici brièvement que les grandes lignes du modèle décrit en détail dans [16].

2.2.1 Notations

La figure 3 ci-dessous schématise de manière simple les éléments principaux d'un système de PIV vidéo : le plan objet (plan laser) est défini par un repère direct orthonormé (O, X, Y, Z) , alors que le plan image est déterminé par un autre repère direct orthonormé (o, x, y, z) tel que :

- o et O se trouvent sur la normale (axes Z et z) au plan de l'objectif et sont images l'un de l'autre par cet objectif,
- les X et x sont parallèles et de sens opposé, de même que les axes Y et y ,
- les axes Z et z sont confondus et de même sens.

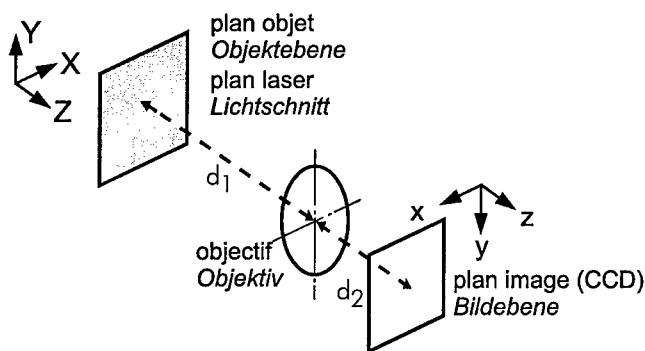


Fig. 3 - Notation pour les repères utilisés

Le choix de ces repères permet d'éviter les signes "moins" qui apparaissent d'habitude dans les relations analytiques d'optique géométrique du fait des renversements entre objets et images géométriques. Avec nos notations, nous aurons, donc entre objet et image :

$$x = MX \quad \text{et} \quad y = MY \quad (2)$$

$$\text{où } M \text{ est le grandissement image-objet : } M = \frac{d_1}{d_2} \quad (3)$$

$$\text{En utilisant la relation de conjugaison : } \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f} \quad (4)$$

où f est la distance focale de l'objectif, on obtient aussi :

$$(5) \quad d_2 = f(M+1) \quad \text{et} \quad d_1 = \frac{f(M+1)}{M} .$$

Nous supposons, pour simplifier, l'intensité $I_o(X,Y,Z)$ du plan laser ($I_o = \text{objet}$) comme étant pratiquement uniforme et constante suivant les axes X et Y (en fait, la forme de la loi $I_o(X,Y)$ ne va pas intervenir explicitement dans la suite). Suivant l'axe Z (épaisseur du plan laser), nous prendrons une distribution gaussienne :

$$(6) \quad I_o(Z) = I_o \exp [-8(Z-Z_o)^2 / \Delta Z_o^2]$$

où Z_o est la cote du centre du plan laser et ΔZ_o son épaisseur correspondant à I_o/e^2 . En cela, nous nous conformons aux modèles adoptés par d'autres auteurs [16].

Nous supposons, d'autre part, que l'épaisseur ΔZ_o du plan laser est supérieure à la profondeur de champ du système optique utilisé, donnée par :

$$(7) \quad \delta Z = 4 \left(1 + \frac{1}{M}\right)^2 f\#^2 \lambda .$$

Dans cette relation, $f\#$ désigne l'ouverture relative de l'objectif ($f\# = f/\phi$) et λ la longueur d'onde moyenne du faisceau laser créant le plan laser. Cette relation est obtenue en considérant qu'un objet ponctuel donne une image constituée de sa tache de diffraction théorique (voir la démonstration dans l'annexe B de [13]). À l'aide de cette hypothèse $\Delta Z_o \geq \delta Z$, nous pourrions considérer que toutes les particules à l'intérieur du plan laser donneront des images nettes sur la matrice CCD et, ainsi, nous n'aurons pas à prendre en compte les aberrations de mise au point.

2.2.2 Relation principale

Il ressort des traités d'optique théorique que, de façon générale, **l'image finale d'un objet sur un capteur optique (pellicule photographique, matrice CCD) est donnée par la convolution entre la réponse impulsionnelle de la pupille de sortie¹ du système optique et l'image géométrique de l'objet** (voir, par exemple [17], équation 6-5, page 97).

Cette relation générale s'écrit, dans le cas d'un éclairage cohérent en termes de champ électrique ou magnétique U réel :

$$(8) \quad U_i(x,y,t) = h(x,y) * U_g(x,y,t)$$

où $h(x,y)$, t , les indices i et g désignent respectivement la réponse impulsionnelle, le temps, les termes d'image et de géométrie. L'intensité correspondante au champ ci-dessus pourra ainsi se calculer suivant :

1. Pour simplifier, on assimilera la pupille de sortie à la forme géométrique de l'objectif.

$$I_i(x,y) \sim |h(x,y) * U_g(x,y,t)|^2 \quad (9)$$

Ici, nous n'explicitons pas les différents termes multiplicatifs constants qui interviennent : ainsi, le signe $\sim$ désigne une proportionnalité.

En PIV, on peut raisonnablement supposer que la densité de particules de l'écoulement est telle que l'on peut négliger les superpositions des taches centrales de diffraction des images des particules dans le plan image. On peut alors montrer que la relation précédente peut s'écrire :

$$\begin{aligned} I_i(x,y) &\sim \iint_{-\infty}^{+\infty} |h(x-x_0,y-y_0)|^2 I_g(x_0,y_0,t) dx_0 dy_0 \\ &= |h(x,y)|^2 * I_g(x,y). \end{aligned} \quad (10)$$

2.2.3 Modélisation de la réponse impulsionnelle du système optique

Dans le cas d'un objet illuminé en lumière monochromatique cohérente (cas d'un laser), la réponse impulsionnelle d'une lentille mince sans aberrations (donc uniquement limitée en diffraction), de distance focale f et de diamètre ϕ , est donnée par la figure de diffraction de Fraunhofer de l'ouverture de cette lentille, c'est-à-dire la figure d'Airy (voir [17], pp. 87-88) qui s'exprime à l'aide d'une fonction de Bessel de première espèce (voir [16]). Une approximation particulièrement utile pour simplifier les calculs consiste à représenter la figure d'Airy par une fonction gaussienne du type :

$$G(x,y,\sigma) = G_m \exp \left[-\frac{(x^2 + y^2)}{2\sigma^2} \right]. \quad (11)$$

En pratique, dans le cas d'un objectif réel de caméra, les imperfections (aberrations) doivent être prises en compte. Une méthode simple consiste à quantifier ces aberrations de façon globale par l'utilisation de la fonction de transfert de l'optique considérée (voir, par exemple, [17], p. 105). En supposant que dans le cas de prises de vues de PIV les caractéristiques optiques de l'objectif sont bien représentées par la FTM (Fonction de Transfert de Modulation) mesurée en éclairage incohérent et en approximant cette même FTM par une fonction gaussienne, on peut finalement montrer que la réponse impulsionnelle en intensité d'un objectif réel sera décrite par la fonction gaussienne $G(x, y, \sigma_h)$ où σ_h est déterminé par la FTM de l'objectif suivant la relation :

$$\sigma_h = \frac{1}{2\pi\sigma_{FTM}}. \quad (12)$$

Dans cette relation, σ_{FTM} est une grandeur caractéristique de la FTM de l'objectif considéré (voir [16]). Si l'on suppose enfin que la réponse impulsionnelle en intensité est indépendante de la position de la particule objet k (invariance spatiale des performances optiques), on peut alors écrire la réponse impulsionnelle pour une particule objet située en (X_k, Y_k, Z_k) sous la forme :

$$(13) \quad |h(x,y)|^2 \approx |h_0|^2 G(x-MX_k, y-MY_k, \sigma_h) \text{ avec } \sigma_h = \frac{1}{2\pi\sigma_{FTM}}.$$

2.2.4 Modélisation de l'image géométrique de l'objet

Dans le cas d'un éclairage cohérent, l'amplitude complexe de l'image géométrique d'un objet est défini dans le plan image (x,y) par (voir [17], équ. 5-43, p. 89) :

$$(14) \quad U_g(x,y) = \frac{1}{M} U_o\left(\frac{x}{M}, \frac{y}{M}\right)$$

où $U_o(X,Y)$ représente l'amplitude de l'onde complexe immédiatement derrière l'objet (voir [17], p. 84).

En supposant, comme au paragraphe 2.2.2, que les taches centrales de diffraction de ces particules ne se superposent pas dans le plan image, l'intensité dans le plan image s'écrit, pour un objet constitué de n particules :

$$(15) \quad I_g(x,y) = \frac{1}{M^2} \sum_{k=1}^n |U_{o,k}\left(\frac{x}{M}, \frac{y}{M}\right)|^2 = \frac{1}{M^2} \sum_{k=1}^n I_{o,k}\left(\frac{x}{M}, \frac{y}{M}\right).$$

Pour des raisons de simplicité dans l'opération de convolution (la convolution de deux fonctions gaussiennes reste une fonction gaussienne) et puisque la réponse impulsionnelle de l'optique est elle-même de forme gaussienne, nous représenterons également chaque terme $I_{o,k}$ par des fonctions gaussiennes, et l'intensité de l'image géométrique s'écrira finalement :

$$(16) \quad I_g(x,y) = \frac{1}{M^2} \sum_{k=1}^n I_{o,k} k_t G(x-MX_k, y-MY_k, \frac{MR_k}{2}).$$

Cette formule permet ainsi de calculer l'image géométrique dans le plan image (o,x,y) d'un ensemble de n particules de rayon R_k situés aux points (X_k, Y_k, Z_k) .

2.2.5 Calcul de l'intensité lumineuse arrivant sur la matrice CCD

Dans le cas d'un objectif idéal uniquement limité en diffraction, nous pouvons écrire, d'après les paragraphes précédents, l'intensité lumineuse arrivant sur la caméra CCD sous la forme :

$$(17) \quad I_i(x,y) = |h(x,y)|^2 * I_g(x,y)$$

où le terme $|h(x,y)|^2$ est représenté par une fonction gaussienne. Or, la convolution de deux fonctions gaussiennes reste une fonction gaussienne et, par conséquent, nous obtenons finalement :

$$I_i(x,y) = \sum_{k=1}^n I_k G(x-MX_k, y-MY_k, \frac{\sigma_k}{2}) \quad (18)$$

$$\text{avec} \quad \sigma_k = \sqrt{(MR_k)^2 + (1,22\lambda f\#(M+1))^2} \quad (19)$$

$$\text{et} \quad I_k = \frac{\pi\phi^2}{4} I_{0,k} k_t \left(\frac{R_k}{\sigma_k}\right)^2 \quad (20)$$

Dans cette expression, le terme I_k représente l'intensité maximale de l'image de la particule k et le terme σ_k , le rayon en intensité de l'image de cette particule (valeur à I_k/e^2).

Dans le cas d'un objectif réel, nous avons de la même façon que ci-dessus :

$$I_i(x,y) = \sum_{k=1}^n I_k G(x-MX_k, y-MY_k, \frac{\sigma_k}{2}) \quad (21)$$

mais avec cette fois:

$$\sigma_k = \sqrt{(MR_k)^2 + \left(\frac{1}{\pi\sigma_{FTM}}\right)^2} \quad (22)$$

et

$$I_k = \frac{|h_0|^2}{2\pi\sigma_{FTM}} I_{0,k} k_t \left(\frac{R_k}{\sigma_k}\right)^2 \quad (23)$$

Comme au paragraphe précédent, le terme I_k représente l'intensité maximale de l'image de la particule k et le terme σ_k , le rayon en intensité de l'image de la particule k (valeur à I_k/e^2).

2.3 Modélisation de la caméra CCD

Nous avons vu au paragraphe précédent que, dans tous les cas, l'intensité lumineuse diffusée par les particules et arrivant sur la matrice CCD est donnée par la relation suivante :

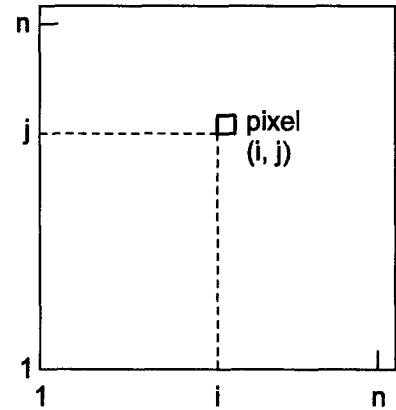
$$I_i(x,y) = \sum_{k=1}^n I_k G(x-MX_k, y-MY_k, \frac{\sigma_k}{2}) \quad (24)$$

où les expressions de I_k et σ_k varient suivant l'approximation considérée (objectif idéal ou réel). Il s'agit maintenant de modéliser l'action de la matrice CCD pour en déduire le signal délivré à sa sortie. Nous nous limiterons aux caractéristiques principales d'une matrice CCD schématisées par les différents points suivants :

- intégration spatiale sur chaque pixel,
- gain et bruit,
- quantification.

Précisons ici la disposition de la matrice CCD : nous supposons celle-ci constituée de $n \times n$ pixels selon le schéma de la figure 4 (le point de coordonnées (i,j) correspond au coin inférieur gauche du pixel (i,j)).

Fig. 4 - Disposition et notation pour les pixels de la matrice CCD



2.3.1 Intégration spatiale

Une des caractéristiques principales d'une caméra CCD est de donner, pour chaque pixel (i,j) , un signal de sortie proportionnel à l'intensité moyenne reçue par ce pixel. Ceci peut s'écrire de façon simplifiée sous la forme suivante :

$$(25) \quad S_{i,j} \sim \frac{1}{\Delta^2} \iint_{(i,j)} I_i(x,y) dx dy$$

où Δ désigne la taille d'un pixel (supposé être carré). Avec l'expression ci-dessus de $I_i(x,y)$, il vient finalement :

$$(26) \quad S_{i,j} \sim \frac{\pi}{8} \left(\frac{\sigma_k}{\Delta} \right)^2 \sum_{k=1}^n I_k [\text{erf}(T_2) - \text{erf}(T_1)] [\text{erf}(T_4) - \text{erf}(T_3)] .$$

Les intégrales qui interviennent ci-dessus peuvent s'exprimer aisément par l'intermédiaire de la "fonction d'erreur" $\text{erf}(x)$ définie par :

$$(27) \quad \text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt$$

$$(28) \quad \begin{aligned} \text{avec} \quad T_1 &= \frac{\sqrt{2}}{\sigma_k} [i\Delta - MX_k] ; & T_2 &= \frac{\sqrt{2}}{\sigma_k} [(i+1)\Delta - MX_k] ; \\ T_3 &= \frac{\sqrt{2}}{\sigma_k} [j\Delta - MY_k] ; & T_4 &= \frac{\sqrt{2}}{\sigma_k} [(j+1)\Delta - MY_k] . \end{aligned}$$

2.3.2 Gain et bruit

Pour simplifier, considérons que le seul réglage de la caméra CCD est celui d'un gain G . De plus, le bruit introduit par les circuits de la caméra sera

noté $B_{i,j}$ pour chaque pixel (i,j) de telle sorte que nous écrivons le signal de sortie pour ce pixel (i,j) sous la forme :

$$S'_{i,j} = G S_{i,j} + B_{i,j} \quad (29)$$

2.3.3 Quantification

Dans le cas d'une caméra CCD classique, la quantification s'effectue généralement sur 8 bits, c'est-à-dire sur 256 niveaux de gris compris entre 0 et 255. En assimilant le signal d'entrée du quantificateur à $S'_{i,j}$, le niveau de gris $N_{i,j}$ du pixel (i,j) s'écrira finalement :

$$\begin{aligned} N_{i,j} &= 0 \text{ si } S'_{i,j} < 0 \\ N_{i,j} &= E(S'_{i,j} + 1/2) \text{ si } 0 \leq S'_{i,j} < 255 \\ N_{i,j} &= 255 \text{ si } S'_{i,j} > 255 \end{aligned} \quad (30)$$

Le cas idéal est celui où le bruit $B_{i,j}$ est nul ou négligeable et où le gain est parfaitement réglé de telle sorte que la dynamique complète du quantificateur 8 bits soit utilisée, soit $N_{i,j,\min} \cong 0$ et $(N_{i,j})_{\max} \cong 255$. En fait, les prises de vues réelles de PIV sont souvent loin de satisfaire à ces conditions (voir [16]).

2.4 Validation du modèle analytique

Le modèle analytique développé ici nécessite d'être validé avant son utilisation pour des simulations numériques. On peut alors faire les commentaires suivants :

- les autres modèles de PIV proposés jusque-là font tous l'hypothèse d'images de particules dont l'intensité est de répartition gaussienne (voir [1,2]), comme dans notre modèle ;
- pour la quasi-totalité des autres modèles de PIV proposés jusque-là, on suppose le système optique de prises de vues comme étant parfait, sans aberrations, ce qui mène à la relation (19) pour le rayon des images de particules. Dans [16], on montre que cette relation sous-estime le rayon des images de particules, alors que la relation (22) en donne une estimation correcte.

3. Méthodes de traitement des prises de vues de PIV

Comme pour le chapitre précédent, seules les relations principales sont rappelées ici : les détails sont explicités dans [16].

3.1 Autocorrélation et corrélation croisée

Dans ce paragraphe, nous n'abordons que les formes les plus simples des méthodes de corrélation utilisées en PIV. D'autres formes de corrélation existent et sont classiquement utilisées en PIV (par exemple, le coefficient de corrélation : voir [16]).

3.1.1 Autocorrélation

Classiquement, le traitement des prises de vues de PIV est effectué par une technique d'autocorrélation lorsque les deux prises de vues aux instants t et $\Delta t + T$ sont enregistrées sur la même image vidéo. On calcule alors une fonction discrète d'autocorrélation qui peut s'écrire sous sa forme la plus simple :

$$\varphi(k, l) = \sum_i \sum_j N_{i,j} N_{i+k,j+l} \quad (31)$$

où les $N_{i,j}$ sont calculés à partir du modèle du chapitre 2. La figure d'autocorrélation ainsi obtenue sera composée d'un pic central très élevé correspondant à un décalage $k = l = 0$ (pic d'autocorrélation d'ordre 0) et deux pics (d'ordre 1) symétriques par rapport à ce pic central et dont la position par rapport au pic central correspond à la moyenne des déplacements de toutes les particules de l'aire d'interrogation. La vitesse locale moyenne de l'écoulement dans cette aire s'obtient ensuite aisément en déterminant numériquement la position de ces pics et en tenant compte de l'intervalle de temps ΔT entre les deux impulsions lasers et du grandissement M entre le plan objet et la matrice CCD, selon l'équation (1).

Les termes $\varphi(k, l)$ peuvent être calculés directement selon l'équation (31), mais il est bien plus rapide, d'un point de vue numérique, d'utiliser des

transformées de Fourier rapides (FFT) directes et inverses (voir le théorème de Wold et Wiener-Khintchine [16]).

3.1.2 Corrélation croisée

Lorsque les deux prises de vues aux instants t et $t + \Delta T$ sont enregistrées sur deux images vidéo différentes, le dépouillement se fait classiquement par une technique de corrélation croisée et on calcule alors une fonction discrète de corrélation croisée qui peut s'écrire sous sa forme la plus simple :

$$(32) \quad \psi(k, l) = \sum_i \sum_j N_{i,j} N'_{i+k, j+l}$$

où $N_{i,j}$ désigne le niveau de gris de l'image enregistrée à l'instant t et $N'_{i,j}$, le niveau de gris de l'image enregistrée à l'instant $t + \Delta T$. La figure de corrélation croisée ainsi obtenue sera, cette fois, composée d'un seul pic élevé dont la position par rapport au centre de la figure de corrélation correspond à la moyenne des déplacements de toutes les particules de l'aire d'interrogation. La vitesse locale moyenne de l'écoulement dans cette aire s'obtient ensuite de la même façon que dans le cas de l'autocorrélation.

Là encore, les termes $\psi(k, l)$ peuvent être calculés directement selon l'équation (32), mais il est plus rapide, d'un point de vue numérique, d'utiliser des transformées de Fourier rapides (FFT) directes et inverses.

3.2 Interpolation sub-pixel

Les méthodes d'autocorrélation et de corrélation croisée permettent de retrouver le nombre entier de pixels (appelé "déplacement entier") le plus proche des vrais déplacements programmés (la précision de mesure est donc de $\pm 1/2$ pixel). La précision de mesure d'un système de PIV vidéo sera alors, dans une certaine mesure, indépendante de ce déplacement entier et ne dépendra que du déplacement fractionnaire imposé.

Pour obtenir une meilleure précision, il est nécessaire de trouver le "déplacement fractionnaire" manquant : des méthodes dites "d'interpolation sub-pixel" sont nécessaires. Pour la composante de déplacement Δx suivant l'axe x , nous écrivons :

$$(33) \quad \Delta x = \Delta x_E + \Delta x_f$$

où Δx_E et Δx_f désignent respectivement les déplacements "entier" et "fractionnaire". Dans la suite, nous nous attacherons à déterminer Δx_f .

Il existe actuellement, dans la littérature, trois méthodes classiques pour trouver Δx_f :

- une méthode de centre de masse (barycentre),
- une méthode d'ajustement de fonction parabolique,
- une méthode d'ajustement de fonction gaussienne.

Pour ces trois méthodes, la première étape consiste à effectuer un changement de repère par translation sur les axes x et y de la figure de corrélation considérée de telle sorte que le pixel de niveau de gris le plus élevé (noté R_0) se trouve à l'origine $x = y = 0$ de ce nouveau repère. Nous ne considérerons ensuite que les niveaux de gris immédiatement à gauche et à droite de R_0 , niveaux qui seront respectivement notés R_{-1} et R_1 (fig. 5). Les autres niveaux de gris sont considérés comme immergés dans le "bruit de fond" de la figure de corrélation et n'interviendront donc plus dans la suite. Le déplacement fractionnaire Δx_ε sera alors donné par l'abscisse du "centre" de la distribution des niveaux de gris R_{-1} , R_0 et R_1 . Les trois méthodes développées dans la suite se distinguent par la façon de définir le "centre" de ces trois niveaux de gris. On obtient finalement (voir [16]) :

- Méthode de centre de masse (barycentre) :

$$(\Delta x_\varepsilon)_{\text{cdm}} = \frac{R_1 - R_{-1}}{R_{-1} + R_0 + R_1} \quad (34)$$

- Méthode d'ajustement de fonction parabolique :

$$(\Delta x_\varepsilon)_{\text{par}} = \frac{R_{-1} - R_1}{2(R_{-1} + R_1 - 2R_0)} \quad (35)$$

- Méthode d'ajustement de fonction gaussienne :

$$(\Delta x_\varepsilon)_{\text{gau}} = \frac{\ln R_{-1} - \ln R_1}{2(\ln R_{-1} + \ln R_1 - 2\ln R_0)} \quad (36)$$

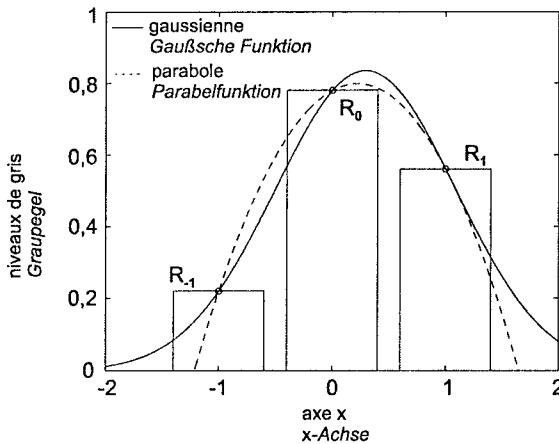


Fig. 5 - Méthode d'ajustement par des fonctions parabolique et gaussienne

4. Simulations numériques

4.1 Généralités

Dans ce Rapport, plusieurs configurations de particules seront considérées :

- dans un premier temps, nous simulerons des prises de vues sans bruit de fond : le premier des deux paragraphes concernés traitera le cas d'une seule particule présente dans l'aire d'interrogation (§ 4.2), tandis que le second traitera le cas de plusieurs particules présentes dans cette aire d'interrogation (§ 4.3) ;
- dans une seconde partie, nous introduirons du bruit dans les simulations des différentes prises de vues (§ 4.4) ;
- enfin, dans une troisième partie, nous aborderons le cas d'aires d'interrogation en présence de gradients de déplacement (§ 4.5).

Avant de commencer les simulations, il est nécessaire de préciser quelques points.

4.1.1 Variables aléatoires

La méthode de PIV n'est pas une méthode entièrement déterministe dans le sens où elle comporte un caractère aléatoire important dû principalement aux particules utilisées. En effet, en pratique, les grandeurs liées aux particules (position, taille, densité, déplacement) sont des grandeurs aléatoires et ne peuvent être définies que de façon statistique. Précisons ces différents points :

- position des particules : elle dépend du générateur de particules et de l'écoulement. En toute rigueur, la position initiale des particules (i.e. lors de la première exposition) est fonction, pour un générateur de particules donné, de la turbulence de l'écoulement considéré. Pour simplifier, nous représenterons la position initiale des particules par une distribution uniforme ;

- rayon des particules : le rayon réel des particules dépend du générateur de particules et est souvent représenté par une distribution log-normale ou de Weibull [13]. Dans nos simulations, ce n'est pas le rayon réel R_k des particules qui intervient, mais celui σ_k des images des particules. Pour simplifier, nous représenterons le rayon σ_k par une distribution normale (gaussienne) ;
- densité de particules : elle dépend également du générateur de particules et de l'écoulement et sera représentée par une distribution normale ;
- déplacement des particules : il dépend de l'écoulement et sera (pour une aire d'interrogation donnée) soit constant pour un écoulement uniforme (§ 4.2 à 4.4), soit variable dans le cas de présence de gradients de déplacement (§ 4.5).

Une autre grandeur aléatoire est constituée par l'ensemble des sources de bruit du dispositif de prises de vues (caméra CCD, réflexions parasites, etc.) et sera modélisée au paragraphe 4.4 par une distribution normale.

4.1.2 Conditions optimales en PIV

Des études antérieures ont déterminé les conditions optimales de prises de vues de PIV [1,2,13]. Ces conditions portent essentiellement sur le nombre de particules présentes dans chaque aire d'interrogation, sur leur déplacement et leur rayon :

- le nombre de particules présentes dans la fenêtre d'interrogation (de taille 32 pixels $\times$ 32 pixels, dans notre cas) doit être supérieur à 7 en corrélation croisée, et de l'ordre de 15 en autocorrélation ;
- le déplacement des particules doit être de l'ordre du quart ou du tiers de la taille de la fenêtre d'interrogation en autocorrélation (dans notre cas, compris entre 8 et 10 pixels).

4.1.3 Modèle numérique

Une synthèse des relations analytiques obtenues au chapitre 2 montre que la répartition des niveaux de gris de chaque pixel dépend directement des trois variables suivantes (la taille des pixels de la CCD étant une constante) :

- les positions $x_k = MX_k$ et $y_k = MY_k$ des centres des images de particules sur la CCD : elles seront représentées par une distribution uniforme (voir § 4.1.1) ;
- le rayon σ_k des images de ces particules : pour des prises de vues typiques de PIV, on obtient des rayons-images de l'ordre d'une dizaine de μm , ce qui correspond à 1 à 2 pixels ;
- l'intensité maximale de l'image de ces particules, déterminée par le produit $G I_k$, G étant ici le gain de la CCD. Ce produit $G I_k$ fait intervenir un certain nombre de grandeurs inconnues ($I_{0,k}$ et k_t). Pour simplifier, nous considérerons le terme $G I_k$ comme constant.

À partir de ce qui précède, nous sommes maintenant en mesure de construire un modèle numérique pour simuler un système de PIV vidéo.

4.2 Cas d'une seule particule présente dans l'aire d'interrogation

Pour commencer, considérons le cas le plus simple possible : à l'instant t_1 de la première prise de vue de PIV ne se trouve qu'une seule particule dans l'aire d'interrogation. À l'instant $t_2 = t_1 + \Delta T$, cette même particule se trouve toujours dans la même aire d'interrogation, mais dans une autre position. Nous supposons qu'aucune autre particule n'entre dans cette aire d'interrogation entre les instants t_1 et t_2 . D'autre part, nous supposons que les conditions de prises de vues et de réglage de la caméra CCD sont parfaites, c'est-à-dire (voir § 4.1) :

- pas de bruit : $B_{i,j} = 0$,
- CCD juste saturée : $G I_k = 255$.

4.2.1 Exemple

La figure 6 montre un exemple de répartition tridimensionnelle des niveaux de gris $N_{i,j}$ dans le cas considéré ici. Cette figure a été calculée à partir des relations (30) du paragraphe 2.3.3 et représente la même particule aux instants t_1 et t_2 . Les niveaux de gris de la figure 6 ont été adimensionnés par 255.

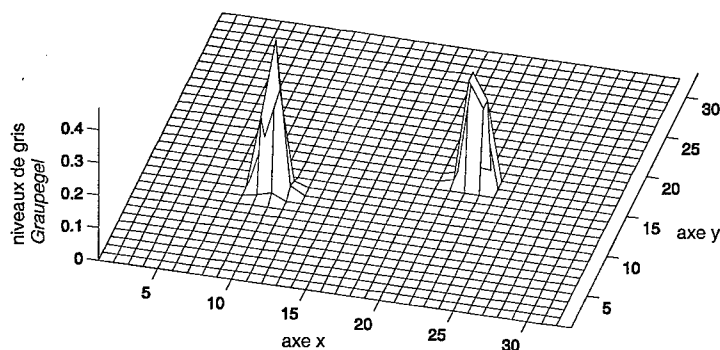


Fig. 6 - Répartition tridimensionnelle des niveaux de gris

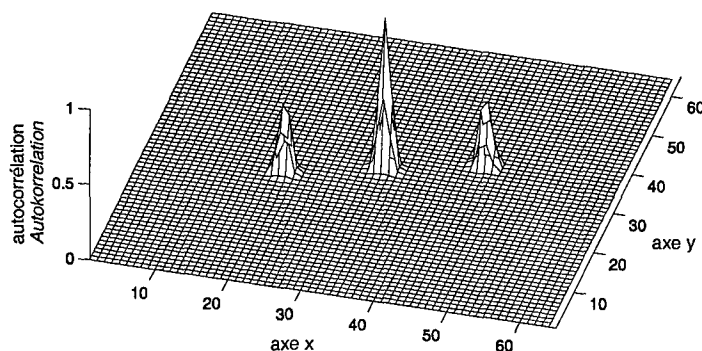
Les positions (x,y) et les déplacements $(\Delta x, \Delta y)$ de la particule (choisis au hasard) sont :

- $x(t_1) = 10,21$ pixels et $y(t_1) = 12,86$ pixels,
- $x(t_2) = 22,92$ pixels et $y(t_2) = 17,00$ pixels,
- $\Delta x = x(t_2) - x(t_1) = 12,71$ pixels et $\Delta y = y(t_2) - y(t_1) = 4,14$ pixels.

Le rayon de la particule considérée a été fixé à $\sigma_1 = 0,87$ pixel. On remarquera que le déplacement de la particule est supérieur au déplacement optimal indiqué au paragraphe 4.1.2, mais ceci n'a ici aucune importance puisqu'une seule particule intervient ici.

La figure 7 représente la fonction d'autocorrélation correspondant à la figure 6. On observe bien un pic central élevé et deux pics principaux symétriques par rapport à ce pic central, et qui donne le déplacement des particules [16].

Fig. 7 - Fonction d'autocorrélation correspondant à la figure 6



Dans le cas où les deux prises de vues à t_1 et t_2 sont enregistrées sur deux images différentes (dépouillement par corrélation croisée), on obtient les figures 8a et 8b.

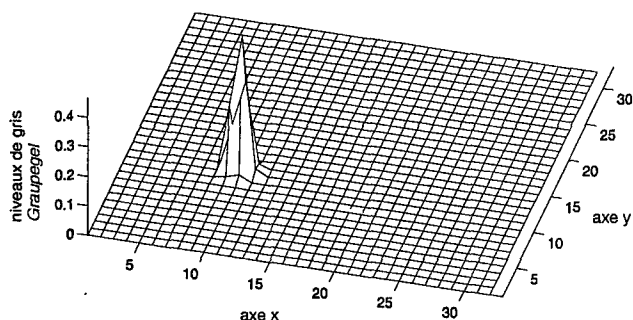


Fig. 8a - Répartition tridimensionnelle des niveaux de gris à l'instant t_1

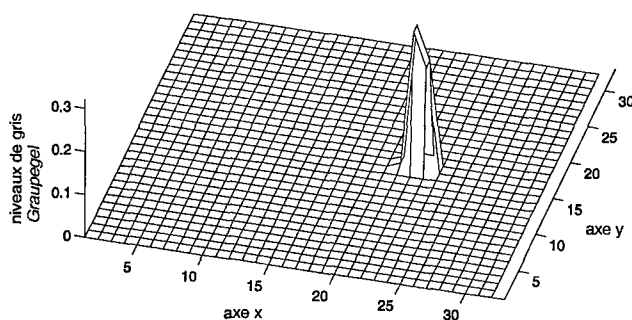


Fig. 8b - Répartition tridimensionnelle des niveaux de gris à l'instant t_2

La fonction de corrélation croisée correspondante est représentée sur la figure 9. L'application des méthodes d'interpolation sub-pixel à cette configuration de particules permet alors de déterminer précisément le déplacement des particules [16]. Le tableau 2 résume alors les résultats obtenus. Dans ce tableau, les colonnes Δx et Δy désignent respectivement les déplacements, suivant les axes x et y , obtenus par les méthodes de corrélation et d'interpolation sub-pixel alors que les colonnes e_x et e_y indiquent respectivement les différences :

$$\begin{aligned} e_x &= \Delta x - 12,71 \text{ (en pixel)}, \\ e_y &= \Delta y - 4,14 \text{ (en pixel)}, \end{aligned}$$

soit les différences entre les déplacements obtenus par les méthodes de corrélation et les déplacements imposés. Ces différences seront, dans la suite, appelées "erreurs de déplacement" et seront la principale grandeur étudiée dans la suite de ce Rapport. Notons que, dans ce cas, d'une seule particule par aire d'interrogation, sans bruit, les résultats obtenus ne dépendent pas de la méthode de corrélation, mais uniquement de la méthode d'interpolation sub-pixel choisie.

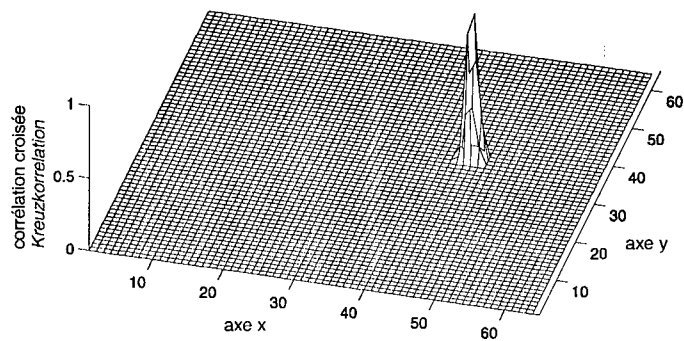


Fig. 9 - Fonction de corrélation croisée correspondant aux figures 8a et 8b

	Δx [pixel]	e_x [pixel]	Δy [pixel]	e_y [pixel]
centre de masse	12,74	+0,03	4,13	+0,01
parabole	12,67	-0,04	4,14	0,00
gaussienne	12,61	-0,10	4,19	-0,05

Tab. 2 - Résultats des méthodes d'interpolation sub-pixel

4.2.2 Convergence de l'erreur de déplacement

L'erreur de déplacement, définie à la fin du paragraphe précédent, sera maintenant étudiée de manière statistique. Pour cela, traçons les courbes de convergence de l'erreur de déplacement (en moyenne et en écart type) en fonction du nombre de simulations (300, en tout) pour une particule de rayon égal à 0,87 pixel dont la position à l'instant t_1 est aléatoire et le déplacement identique à celui de l'exemple du paragraphe 4.2.1 (fig. 10a et 10b).

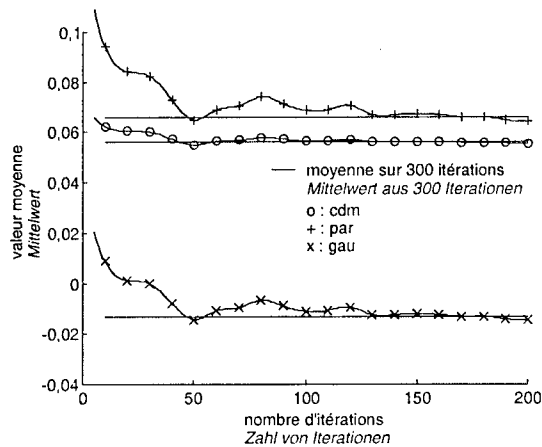


Fig. 10a - Convergence de l'erreur de déplacement (moyenne, en pixel) en fonction du nombre de simulations pour les trois méthodes d'interpolation sub-pixel (rayon de 0,87 pixel)

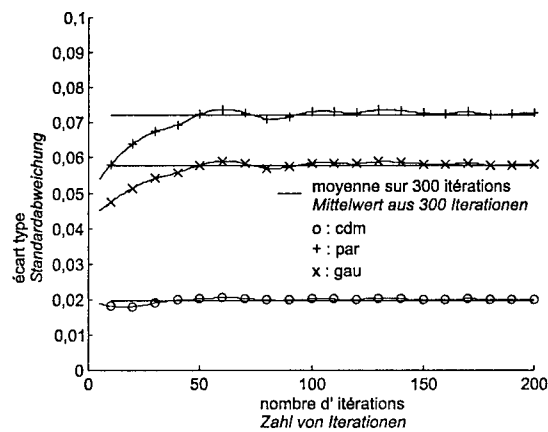


Fig. 10b - Convergence de l'erreur de déplacement (écart type, en pixel) en fonction du nombre de simulations pour les trois méthodes d'interpolation sub-pixel (rayon de 0,87 pixel)

Les convergences de l'erreur en moyenne et en écart type sont établies assez rapidement. Il suffit d'effectuer une centaine d'itérations pour obtenir des résultats satisfaisants : au-delà de cette valeur, ni l'erreur moyenne, ni l'écart type ne varient de plus d'un centième de pixel.

Traçons les mêmes courbes pour un rayon de 1,6 pixel (fig. 11a et 11b). La convergence est obtenue beaucoup plus rapidement que pour le rayon de 0,87 pixel. Par contre, la valeur moyenne de l'erreur obtenue par la méthode d'interpolation par le centre des masses augmente beaucoup lorsque le rayon passe de 0,87 à 1,6 pixel.

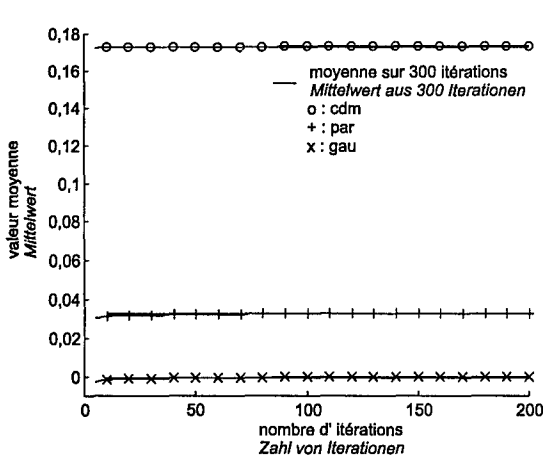


Fig. 11a - Convergence de l'erreur de déplacement (moyenne, en pixel) en fonction du nombre de simulations pour les trois méthodes d'interpolation sub-pixel (rayon de 1,60 pixel)

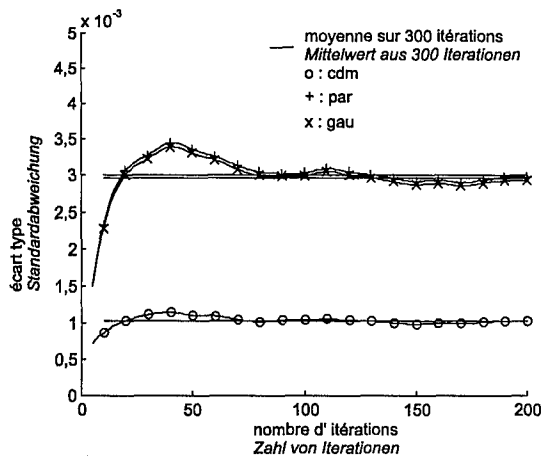


Fig. 11b - Convergence de l'erreur de déplacement (écart type, en pixel) en fonction du nombre de simulations pour les trois méthodes d'interpolation sub-pixel (rayon de 1,60 pixel)

Les résultats ainsi obtenus sont consignés dans les tableaux 3a et 3b suivants :

Méthode	Valeur moyenne	Écart type
centre des masses	0,056	0,020
parabolique	0,066	0,072
gaussienne	-0,013	0,058

Tab. 3a - Erreur de déplacement (moyenne et écart type) en pixel pour un rayon de 0,87 pixel

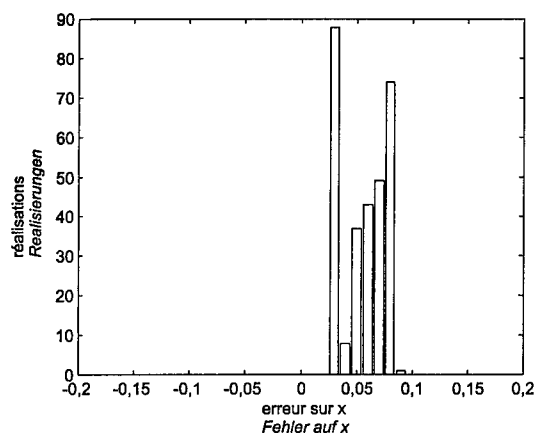
Méthode	Valeur moyenne	Écart type
centre des masses	0,172	0,001
parabolique	0,033	0,003
gaussienne	0,000	0,003

Tab. 3b - Erreur de déplacement (moyenne et écart type) en pixel pour un rayon de 1,60 pixel

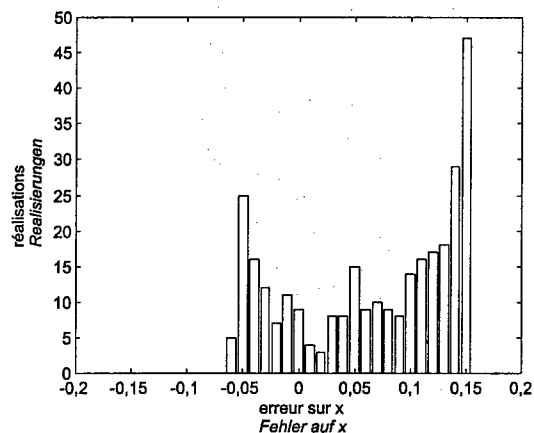
4.2.3 Répartition de l'erreur de déplacement

Pour tracer les courbes de convergence précédentes, nous avons effectué 300 simulations. Reprenons ces mêmes résultats pour tracer les histogram-

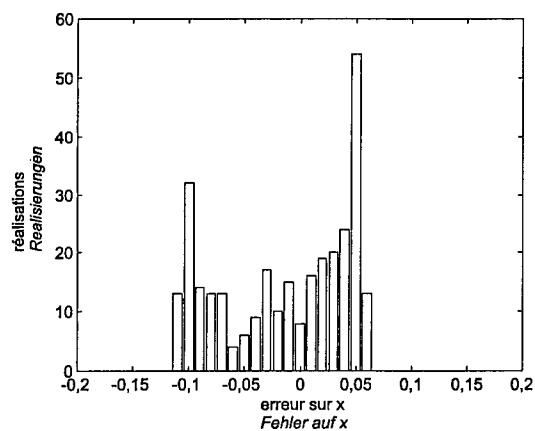
mes représentant la répartition de l'erreur de déplacement commise suivant l'axe x (en nombres de pixels) lorsque la particule présente a un rayon de 0,87 pixel (fig. 12a à 12c). Chaque figure correspond à une méthode d'interpolation parmi les trois proposées (centre des masses, parabole, gaussienne).



a) méthode d'interpolation : centre des masses



b) méthode d'interpolation : parabole



c) méthode d'interpolation : gaussienne

Fig. 12 - Histogrammes de répartition des erreurs commises sur le déplacement (en pixel)

La méthode du centre des masses donne la répartition d'erreur la plus étroite, ce qui se traduit par un faible écart type. Les deux autres méthodes donnent, au contraire, une répartition de l'erreur plus étalée et donc un écart type plus important. Les erreurs les plus importantes sont obtenues avec la méthode parabolique.

Traçons ces mêmes histogrammes pour un rayon de 1,6 pixel (fig. 13a à 13c). Le nombre total d'itérations est toujours égal à 300. Les histogrammes sont, cette fois, beaucoup plus pointus et donc les écarts types seront beaucoup plus petits que dans le cas précédent.

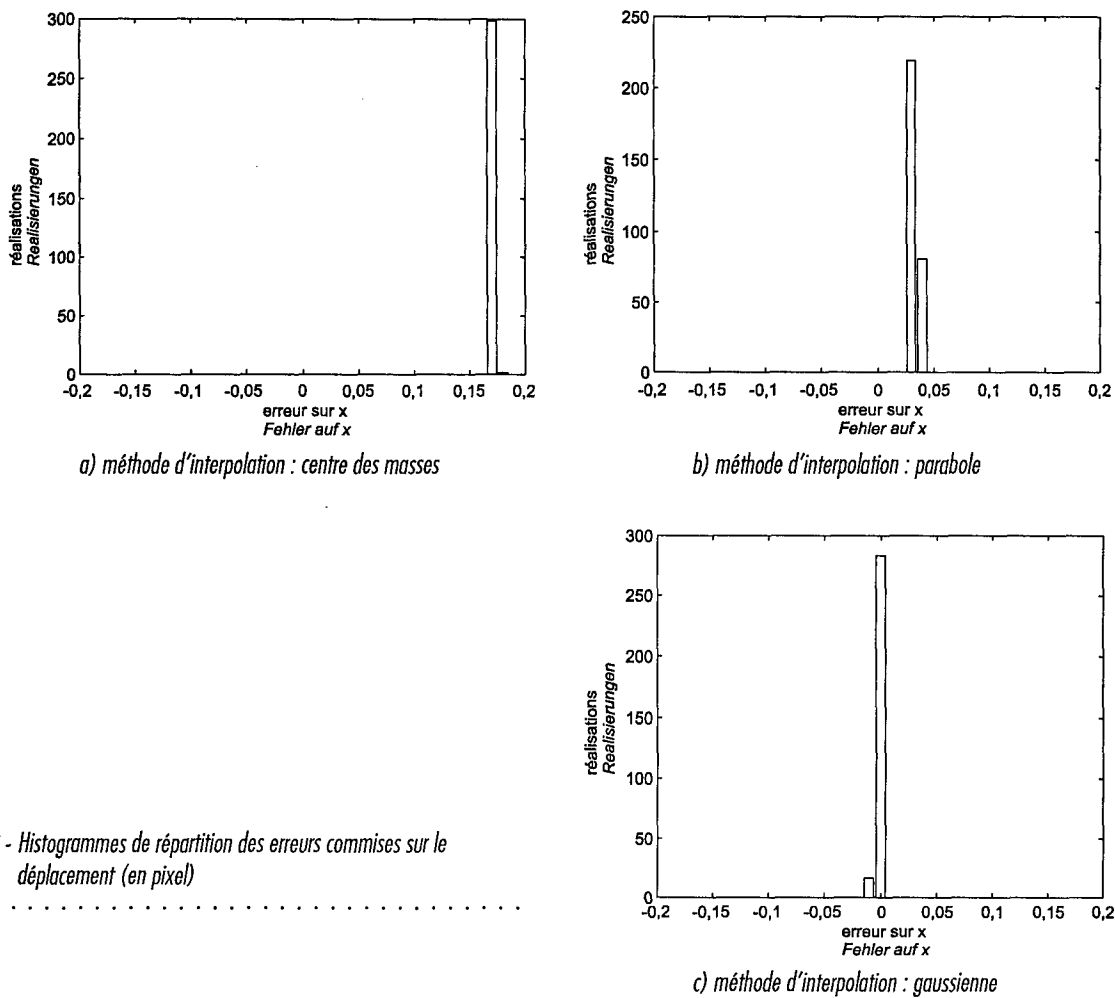


Fig. 13 - Histogrammes de répartition des erreurs commises sur le déplacement (en pixel)

4.2.4 Influence du déplacement fractionnaire sur l'erreur de déplacement

Dans la présente configuration de particules, l'erreur de déplacement ne dépend pas du déplacement entier, mais uniquement du déplacement fractionnaire défini dans [16] et rappelé au paragraphe 3.2. Pour étudier l'influence de ce déplacement fractionnaire, traçons pour différents rayons de particule (0,8, 1,2 et 1,6 pixel) les graphes de l'erreur de déplacement en moyenne et en écart type (fig. 14a à 16b) et comparons les trois méthodes d'interpolation. Les résultats ont été obtenus avec 100 simulations par valeur de déplacement fractionnaire (pour chaque simulation, la position de la particule à l'instant t_1 est aléatoire).

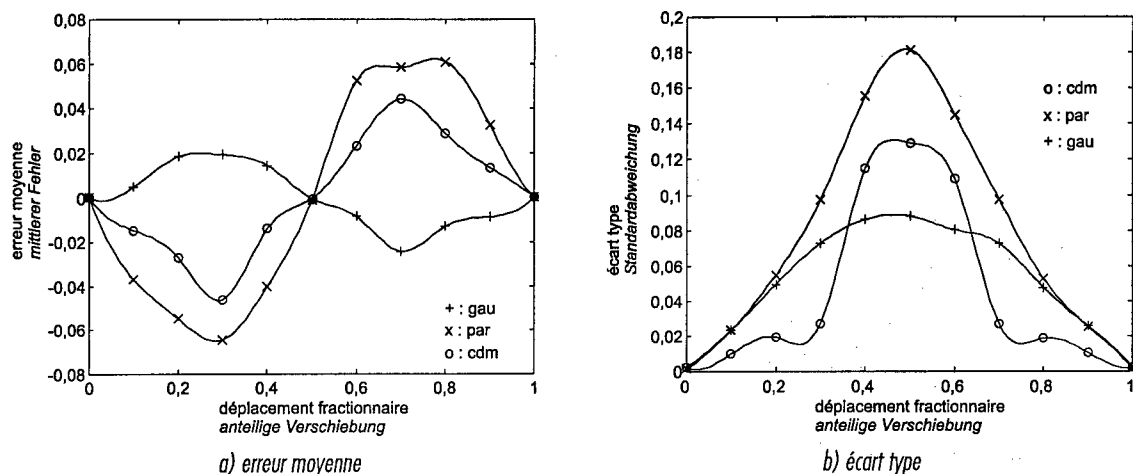


Fig. 14 - Comparaison des erreurs (en pixel) obtenues par chacune des trois méthodes d'interpolation en fonction du déplacement fractionnaire pour une particule de 0,8 pixel de rayon

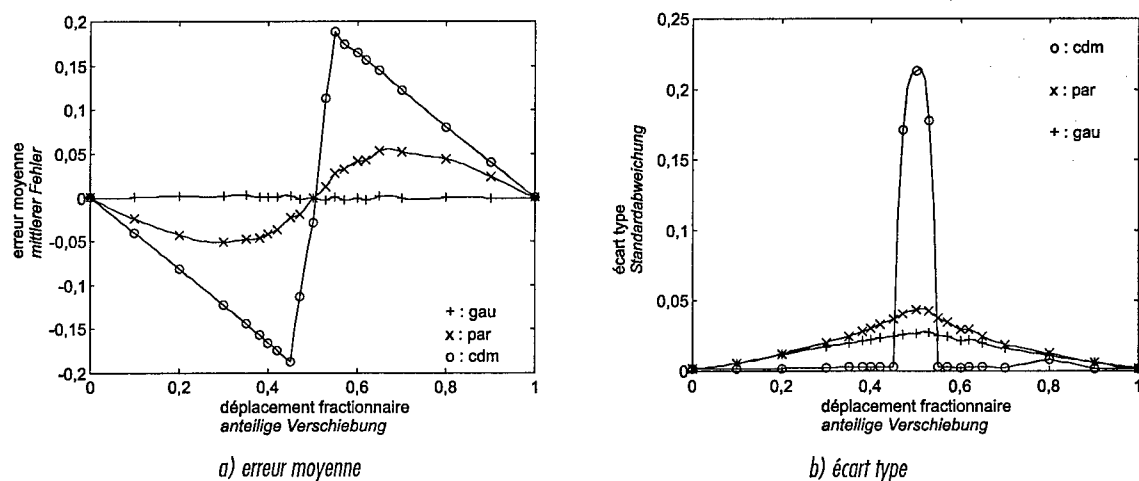


Fig. 15 - Comparaison des erreurs (en pixel) obtenues par chacune des trois méthodes d'interpolation en fonction du déplacement fractionnaire pour une particule de 1,2 pixel de rayon

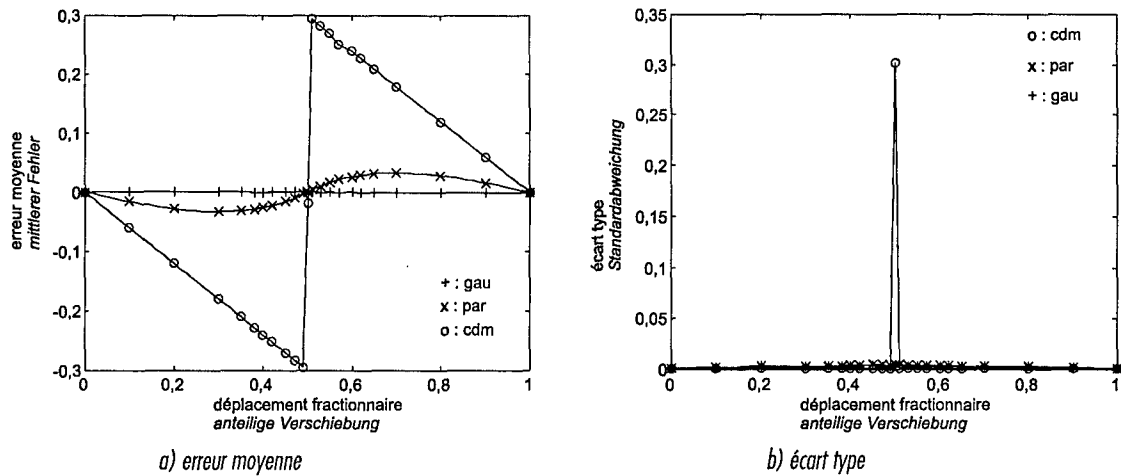


Fig. 16 - Comparaison des erreurs (en pixel) obtenues par chacune des trois méthodes d'interpolation en fonction du déplacement fractionnaire pour une particule de 1,6 pixel de rayon

Ces figures appellent quelques commentaires :

- toutes les courbes sont presque parfaitement symétriques ; elles le sont d'autant plus que le rayon de la particule est important ;
- quel que soit le rayon de la particule, les courbes d'erreur moyenne correspondant aux trois méthodes de détermination sub-pixel se recoupent pour un déplacement fractionnaire nul ou égal à 0,5 pixel : la valeur prise par l'erreur est alors nulle ;
- pour les méthodes d'interpolation parabolique et gaussienne, l'erreur moyenne diminue lorsque le rayon augmente ; ce sens de variation est inversé pour la méthode du centre des masses ;
- les écarts types sont d'autant plus faibles que la particule est de taille importante, sauf pour un déplacement fractionnaire égal à 0,5 pixel pour la méthode du centre des masses ; dans ce cas, le pic de l'écart type est de plus en plus étroit et de plus en plus haut ;
- ces figures sont en accord avec les résultats publiés dans [18] à [21], résultats obtenus à partir d'autres approches.

4.2.5 Influence du rayon de la particule sur l'erreur de déplacement

Traçons maintenant les courbes d'erreur de déplacement (en moyenne et en écart type) obtenues avec les trois méthodes d'interpolation en fonction du rayon de la particule lorsque celui-ci varie entre 0,2 et 3 pixel (fig. 17a et 17b). Les variables du problème sont la position à l'instant t_1 de la particule et son déplacement. Afin de cadrer le couple de particules dans la fenêtre d'interrogation et de prendre en compte une large gamme de déplacements dans la fenêtre de 32 pixels $\times$ 32 pixels, les deux variables seront générées comme suit :

- l'abscisse et l'ordonnée de départ sont comprises entre 1 et 5 pixels,
- les déplacements suivant les deux axes sont compris entre 2 et 25 pixels.

Rappelons que chaque point de calcul nécessite 100 simulations.

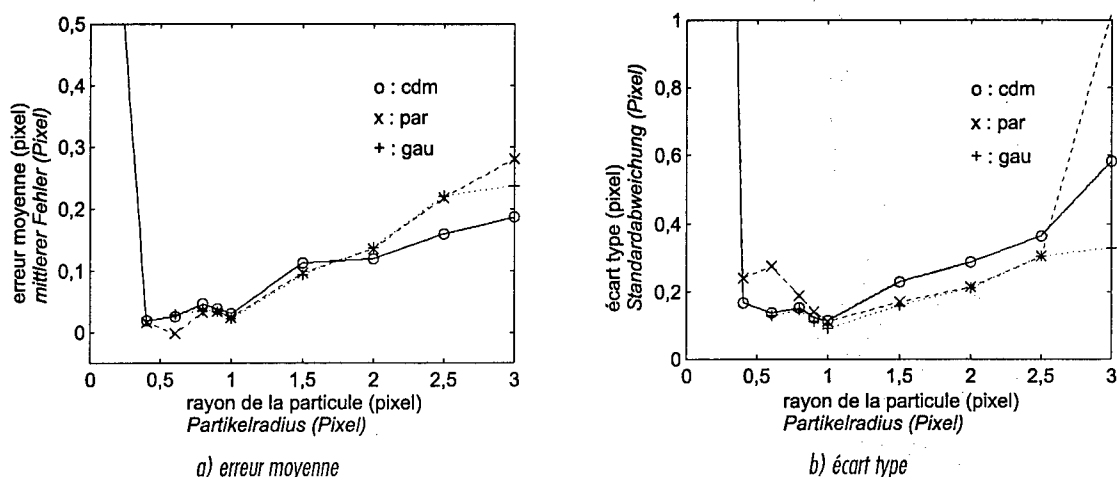


Fig. 17 - Erreurs de déplacement en fonction du rayon de la particule pour les trois méthodes d'interpolation sub-pixel

Notons tout d'abord qu'il est impossible d'utiliser la méthode d'interpolation par une gaussienne pour des petits rayons (inférieurs à 0,6 pixel). En effet, le pic de corrélation de la particule s'étend alors sur moins de 2 pixels, ce qui implique que l'un des niveaux de gris R_1 ou R_{-1} définis sur la figure 24 de [16] est nul. Le calcul d'interpolation sub-pixel étant obtenu par le logarithme des trois valeurs R_1 , R_0 et R_{-1} , le résultat est complexe et ne correspond plus à une grandeur physique. Ainsi, la courbe correspondant à cette méthode ne débutera que pour un rayon de 0,6 pixel.

Notons aussi que les trois méthodes d'interpolation donnent des courbes semblables et qu'elles possèdent un minimum pour un rayon compris entre 0,5 et 1 pixel environ. Il faudra donc s'arranger, lors de mesures de PIV, pour que les particules qui sortent du générateur aient un rayon tel que le rayon de leur image soit compris entre 0,5 et 1 pixel. Ce résultat est, là encore, en accord avec les résultats publiés dans [18] à [21].

Enfin, signalons que des résultats concernant cette configuration de particules peuvent également être trouvés dans [22, 23].

4.3 Cas de plusieurs particules présentes dans l'aire d'interrogation

Intéressons-nous maintenant au cas plus réaliste de plusieurs particules présentes dans la zone d'interrogation. Nous supposons encore qu'aucun bruit de fond ne perturbe les prises de vues. Avant d'effectuer les simulations, il faut préciser les conditions dans lesquelles ces simulations vont être réalisées.

4.3.1 Conditions des simulations

Rappelons qu'en PIV, le nombre optimal de couples de particules dans une zone d'interrogation se situe autour de 10 (§ 4.1.2). Nous essaierons donc de faire en sorte d'avoir plus de 5 particules (pour que les pics de corrélation

soient suffisamment élevés) et moins de 15 particules (pour éviter d'éventuelles superpositions des particules). Contrairement aux simulations du paragraphe 4.2, nous supposons ici que des particules entrent dans la zone d'interrogation et en sortent entre les deux instants de prises de vues, ce qui oblige à considérer la position des particules dans une zone plus vaste que la zone d'interrogation.

La figure 18 représente un exemple de répartition de particules dans une fenêtre de 64×64 pixels autour de la zone d'interrogation de 32×32 pixels qui nous intéresse :

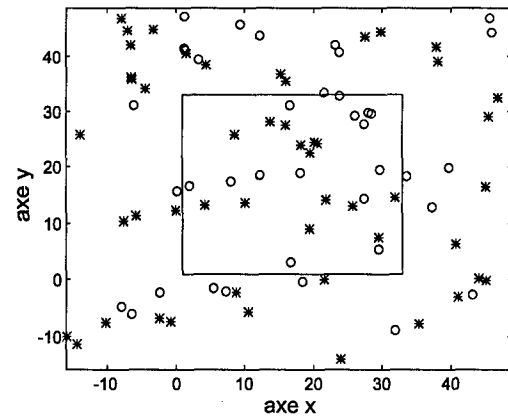


Fig. 18 - Position des particules dans une fenêtre de 64×64 pixels autour de l'aire d'interrogation de 32×32 pixels : la croix correspond à la position des particules à l'instant t_1 et le rond à l'instant t_2

Le nombre de couples de particules présents dans la fenêtre de taille 64×64 pixels a été initialement fixé à 65. La répartition y étant aléatoire, le nombre de couples de particules présents dans la fenêtre de taille 32×32 pixels sera aléatoire également. La figure 19 représente le nombre de couples de particules présents dans la zone de 32×32 pixels aux instants t_1 et t_2 , après 1000 simulations semblables à celle de la figure 18. On obtient bien une moyenne d'une dizaine de couples de particules par aire d'interrogation.

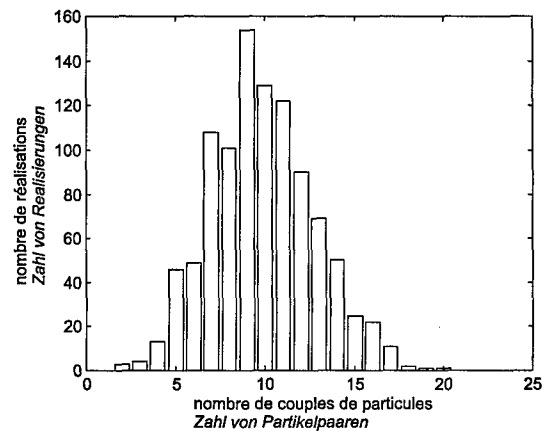


Fig. 19 - Histogramme de répartition du nombre de couples de particules présents dans la fenêtre d'interrogation aux instants t_1 et t_2

Les conditions optimales de prises de vues sont également obtenues pour un déplacement total $\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ voisin du quart de la taille de la zone d'interrogation, donc proche de 8 à 10 pixels pour une fenêtre de taille 32×32 pixels (§ 4.1.2). Ceci peut être réalisé en utilisant pour Δx et Δy , une distribution normale de moyenne 7 pixels et d'écart type 1 pixel : la figure 20 montre l'histogramme de répartition du déplacement $\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ obtenu après 1000 simulations.

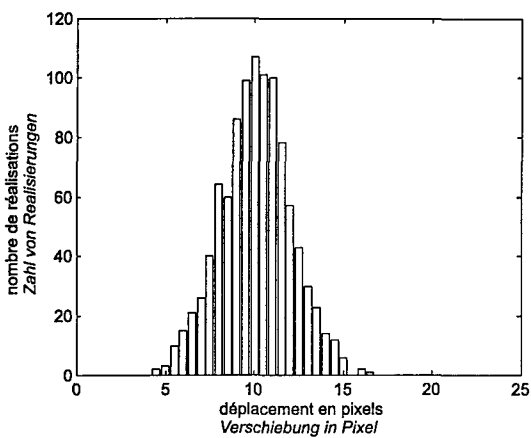


Fig. 20 - Histogramme de répartition du déplacement $\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$

4.3.2 Convergence de l'erreur de déplacement

Intéressons-nous à la convergence de l'erreur de déplacement en moyenne et en écart type. Pour cela, effectuons, pour un rayon égal à 1 pixel et dans les conditions du paragraphe précédent, une série de 250 simulations (fig. 21a à 21f).

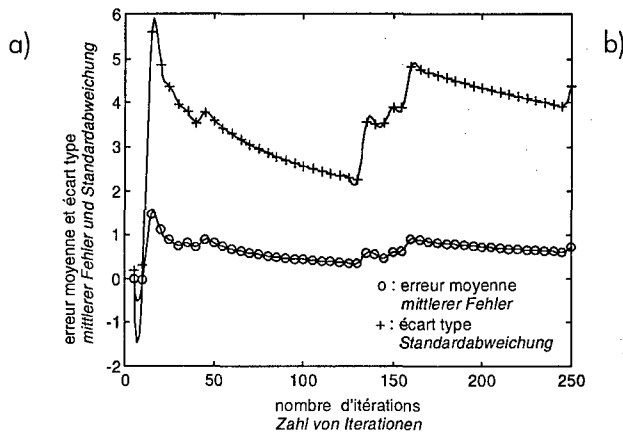
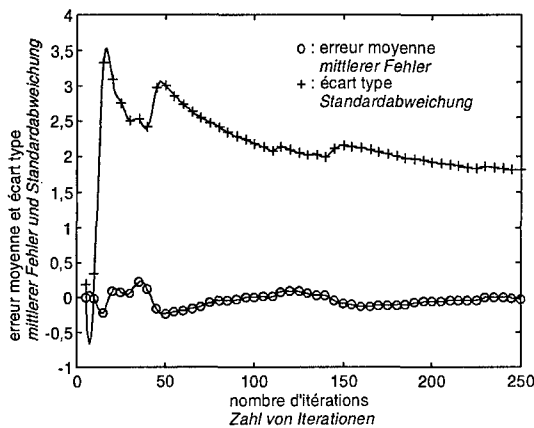


Fig. 21 a,b - Convergence de l'erreur de déplacement (en pixel) obtenue par la méthode du centre des masses en autocorrélation (fig. 21a) et en corrélation croisée (fig. 21b)

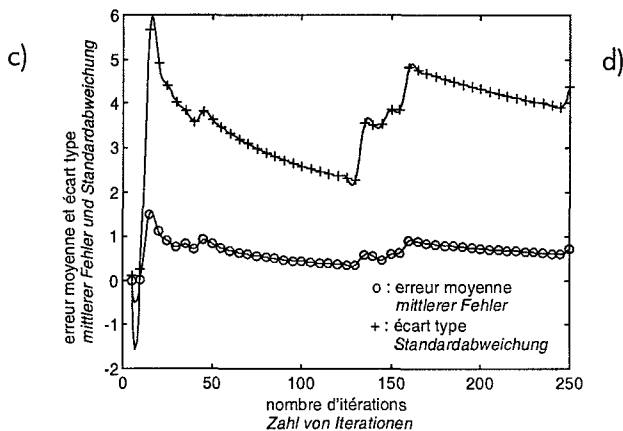
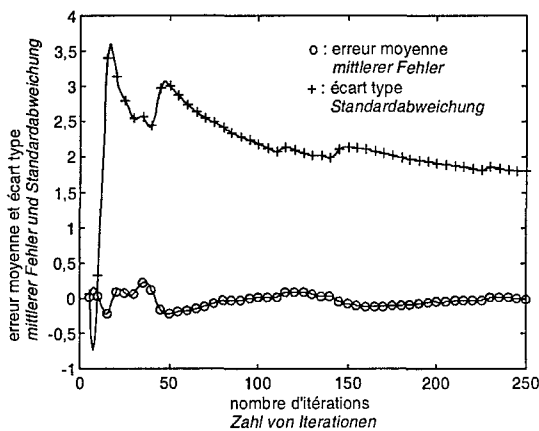


Fig. 21 c,d - Convergence de l'erreur de déplacement (en pixel) obtenue par la méthode de l'ajustement parabolique en autocorrélation (fig. 21c) et en corrélation croisée (fig. 21d)

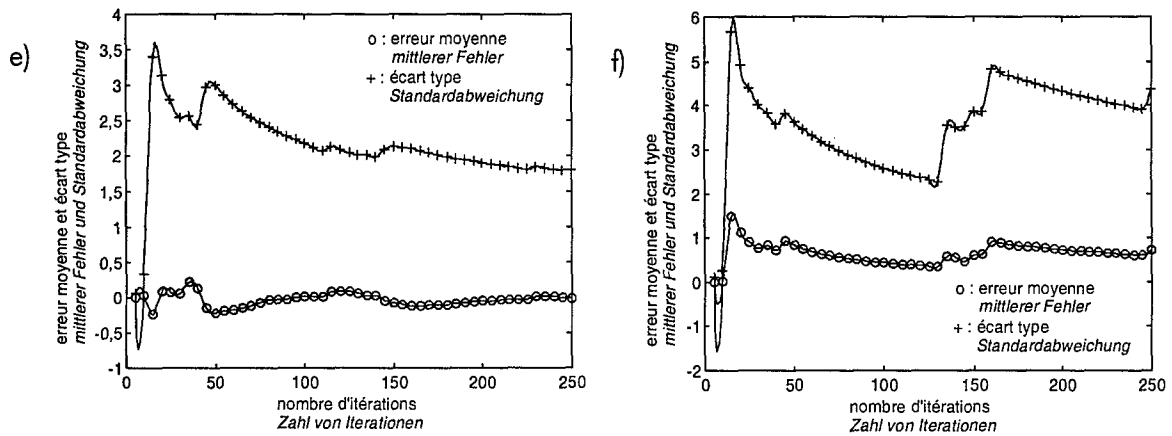


Fig. 21 e,f - Convergence de l'erreur de déplacement (en pixel) obtenue par la méthode de l'ajustement gaussien en autocorrélation (fig. 21e) et en corrélation croisée (fig. 21f)

Les figures 21a à 21f correspondant aux trois méthodes d'interpolation sub-pixel considérées sont identiques pour une même méthode de corrélation. On constate aussi que, contrairement aux figures 10a à 11b, la convergence n'est pas établie rapidement, même au bout de 250 simulations. Ceci s'explique simplement par les "sauts" qui apparaissent sur les figures 21a à 21f et qui sont dus à des erreurs de déplacements importants, de l'ordre de plusieurs pixels (voir paragraphe suivant). On remarquera également que les erreurs sont plus importantes dans le cas de l'intercorrélation que dans le cas de l'autocorrélation.

4.3.3 Distribution de l'erreur de déplacement

Les figures 22a à 22f montrent la distribution de l'erreur de déplacement dans le cas des 250 simulations du paragraphe précédent. On constate clairement que la grande majorité des simulations donne une erreur très proche de 0 pixel, alors que quelques simulations induisent une grande erreur de plusieurs pixels qui explique les "sauts" observés sur les figures 21a à 21f. Il convient de préciser ici que sur les figures 22a à 22f, les erreurs supérieures ou égales à 20 pixels sont ramenées sur le trait correspondant à une erreur de 20 pixels.

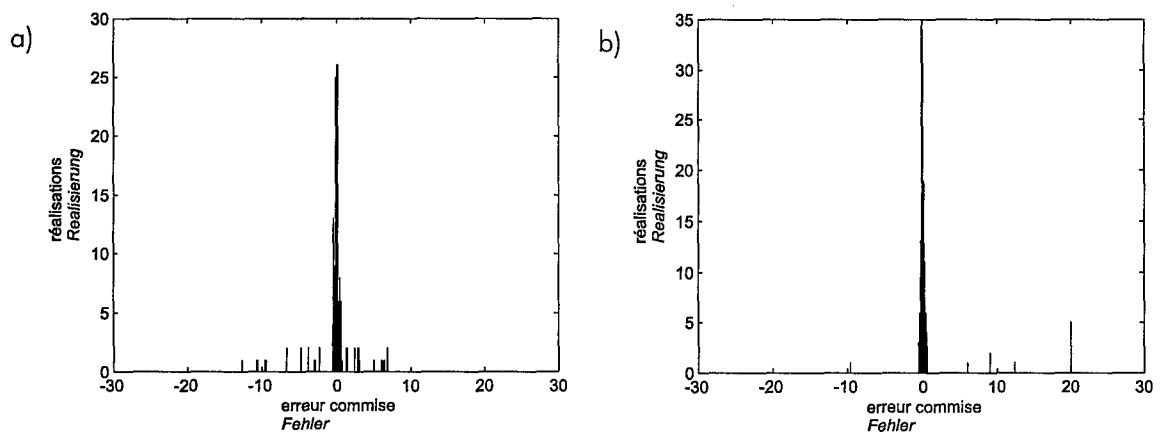


Fig. 22 a,b - Répartition des erreurs de déplacement (en pixel) obtenues par la méthode du centre des masses en autocorrélation (fig. 22a) et en corrélation croisée (fig. 22b)

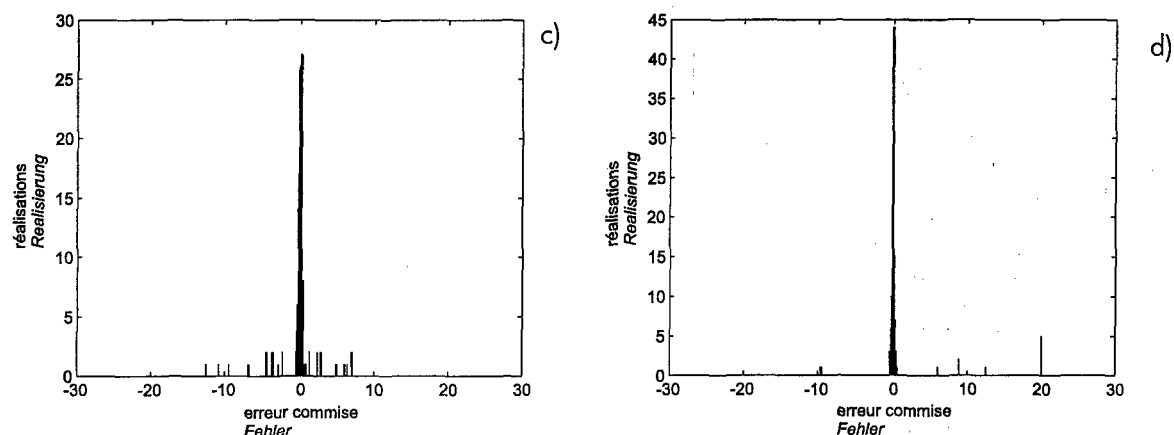


Fig. 22 c,d - Répartition des erreurs de déplacement (en pixel) obtenues par la méthode de l'ajustement parabolique en autocorrélation (fig. 22c) et en corrélation croisée (fig. 22d)

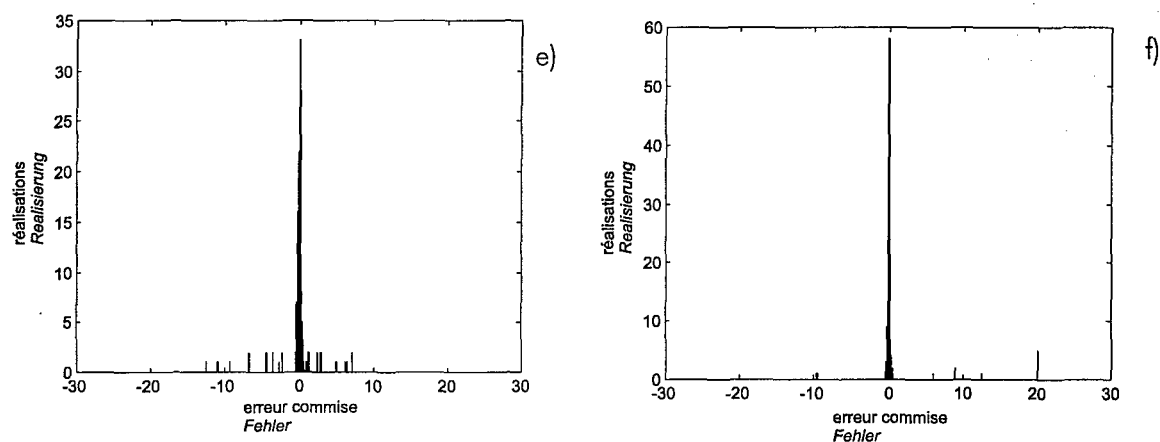


Fig. 22 e,f - Répartition des erreurs de déplacement (en pixel) obtenues par la méthode de l'ajustement gaussien en autocorrélation (fig. 22e) et en corrélation croisée (fig. 22f)

Ces erreurs de plusieurs pixels correspondent à ce que l'on appelle couramment en PIV des "faux vecteurs" et dont un exemple est donné au paragraphe suivant. On remarquera alors que la méthode d'autocorrélation semble produire un grand nombre de "faux vecteurs" donnant lieu à des erreurs de quelques pixels, alors que la méthode de corrélation croisée semble produire un petit nombre de "faux vecteurs" donnant lieu à des erreurs plus importantes de l'ordre de 10 pixels ou plus.

4.3.4 Exemple de "faux vecteur"

Comme indiqué au paragraphe précédent, il peut arriver, au cours d'une simulation, que le déplacement obtenu diffère de plusieurs pixels du déplacement imposé aux particules. Le résultat calculé correspond alors à un "faux vecteur" dont un exemple a été obtenu dans les conditions suivantes (la répartition de particules suivante est effectivement survenue lors d'une simulation) :

- déplacement des particules : $\Delta x = 7,06$ pixels et $\Delta y = 8,80$ pixels,
- à l'instant t_1 , 24 particules de rayon variable (moyenne 0,8 pixel).

La répartition de particules obtenue est représentée sur les figures 23, 24 et 25 respectivement sous forme de représentation bidimensionnelle (fig. 23 et 24) et tridimensionnelle (fig. 25).

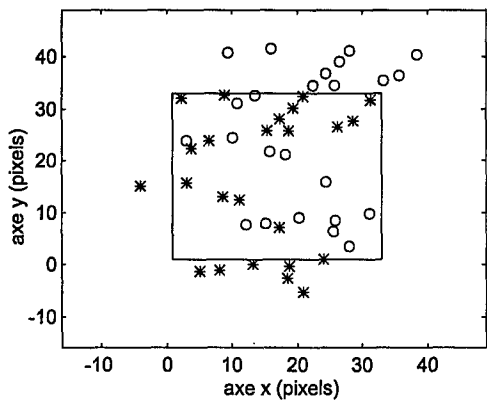


Fig. 23 - Répartition des particules donnant lieu à un "faux vecteur" : instant t_1 (croix) et instant t_2 (rond)

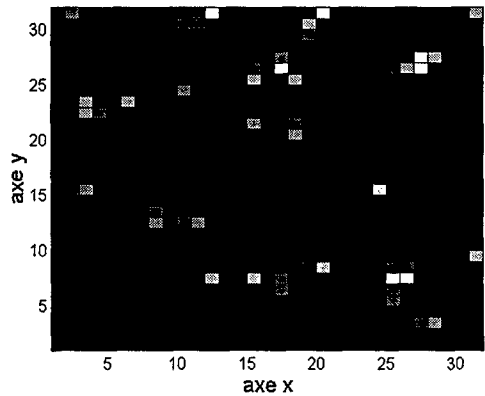
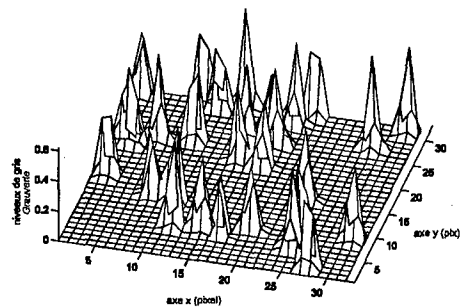
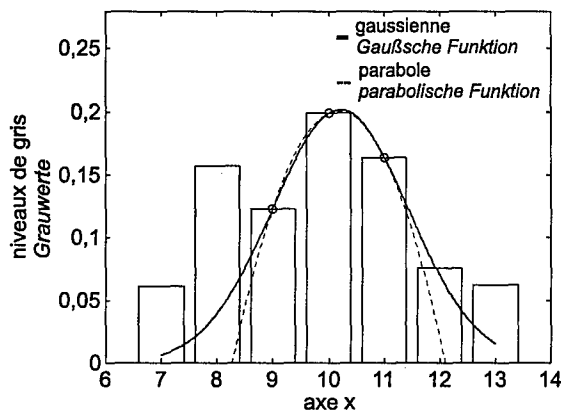


Fig. 24 - Image restituée par la caméra CCD (aire de 32×32 pixels)

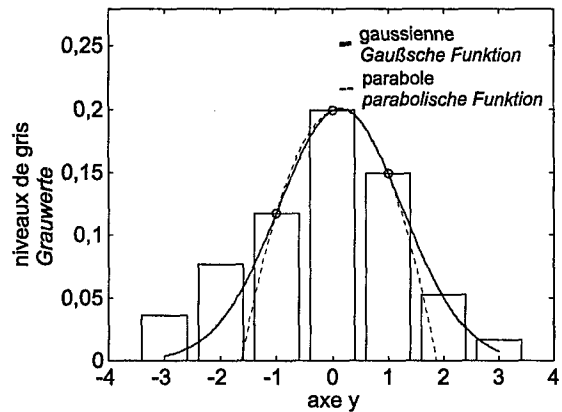
Fig. 25 - Répartition tridimensionnelle des niveaux de gris correspondant aux figures 23 et 24



Les figures 26a à 27b montrent ensuite les histogrammes des pics de corrélation obtenus.



a) histogramme suivant l'axe x



b) histogramme suivant l'axe y

Fig. 26 - Ajustement, par des fonctions parabolique et gaussienne, des histogrammes du pic principal de la figure d'autocorrélation correspondant à la figure 25

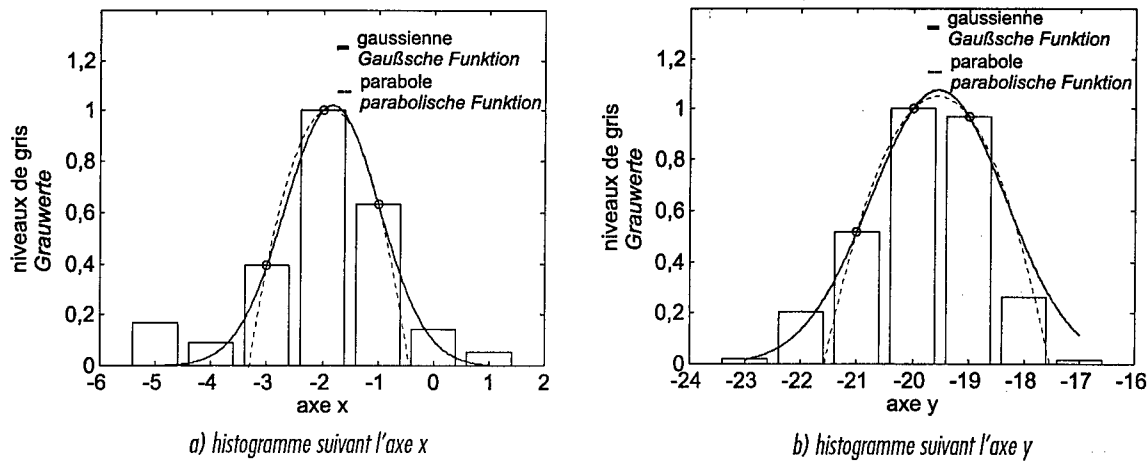


Fig. 27 - Ajustement, par des fonctions parabolique et gaussienne, des histogrammes du pic principal de la figure de corrélation croisée correspondant à la figure 25

L'ensemble des résultats trouvés lors du calcul des déplacements est repris dans le tableau 4 ci-dessous :

Méthode	Déplacement en x [pixel]	Erreur en x [pixel]	Déplacement en y [pixel]	Erreur en y [pixel]
cdm, auto	10,08	3,02	0,06	-8,74
cdm, cross	-1,88	-8,94	-19,82	-28,62
par, auto	10,19	3,13	0,12	-8,68
par, cross	-1,88	-8,94	-19,56	-28,36
gau, auto	10,21	3,15	0,15	-8,65
gau, cross	-1,83	-8,89	-19,55	-28,35

Tab. 4 - Résultats sur le calcul des déplacements des particules

Rappelons ici les abréviations utilisées dans le tableau 4 :

- cdm : méthode d'interpolation par le centre des masses,
- par : méthode d'interpolation par ajustement de fonction parabolique,
- gau : méthode d'interpolation par ajustement de fonction gaussienne,
- auto : méthode d'autocorrélation,
- cross : méthode de corrélation croisée.

Le tableau 4 montre clairement que les déplacements calculés sont totalement différents des déplacements imposés. On obtient ainsi des erreurs de déplacement de plusieurs pixels qui expliquent les résultats des paragraphes 4.3.2 et 4.3.3.

Il apparaît ainsi également que les faux vecteurs ne sont pas uniquement dus à des conditions de prises de vues des images de PIV non-optimales [1,2,13], mais aussi à des dispositions aléatoires particulières de particules qui entraînent de fausses estimations de déplacements.

4.3.5 Convergence de l'erreur de déplacement après élimination des "faux vecteurs"

Les "faux vecteurs" dont il a été question au paragraphe précédent doivent évidemment être éliminés (dans la mesure du possible) avant de tracer le champ de vitesses résultant. Différentes méthodes ont été proposées et utilisées en pratique [1,2,13] :

- comparer chaque vecteur vitesse avec ses voisins les plus proches,
- utiliser un critère basé sur les hauteurs respectives des pics de corrélations les plus élevés,
- comparer les pics de corrélations les plus élevés correspondant à des aires d'interrogation de taille et/ou de positions différentes.

En pratique, s'il est relativement aisé d'éliminer les "faux vecteurs" qui correspondent à des erreurs de plus de 5 pixels, il est par contre beaucoup plus difficile d'éliminer les "faux vecteurs" qui correspondent à des erreurs de l'ordre du pixel. Dans la suite, nous allons supposer que ces méthodes d'élimination des "faux vecteurs" ont été appliquées à nos simulations et que nous soyons ainsi capables d'éliminer les "faux vecteurs" qui correspondent à des erreurs de plus de 5 pixels. De plus, nous supposons que nous pouvons aussi éliminer les "faux vecteurs" qui correspondent à des erreurs de l'ordre du pixel : pour cela, nous estimons d'abord la valeur moyenne et l'écart type des déplacements simulés et nous ne conservons que les erreurs de déplacement qui se situent dans l'intervalle centré sur la valeur moyenne et de longueur deux fois l'écart type. Cette opération est, dans la pratique des mesures de PIV, irréalisable, mais elle donne une idée de la convergence statistique des erreurs de déplacement après une élimination (ici idéale) des "faux vecteurs".

Les courbes de convergence de l'erreur de déplacement ainsi obtenues, avec toujours des particules de rayon 1 pixel, sont données par les figures 28a à 28f.

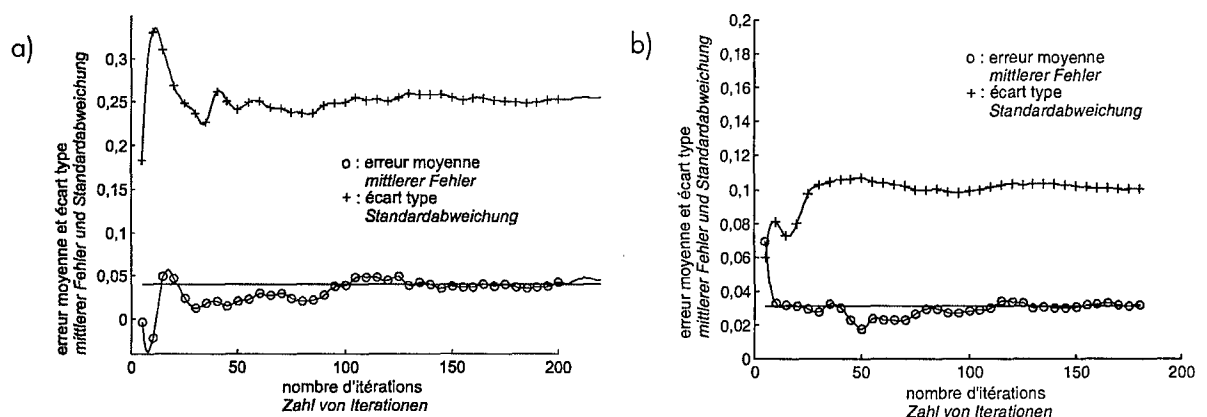


Fig. 28 a,b - Convergence de l'erreur de déplacement (en pixel) obtenues après élimination des "faux vecteurs" par la méthode du centre des masses en autocorrélation (fig. 28a) et en corrélation croisée (fig. 28b)

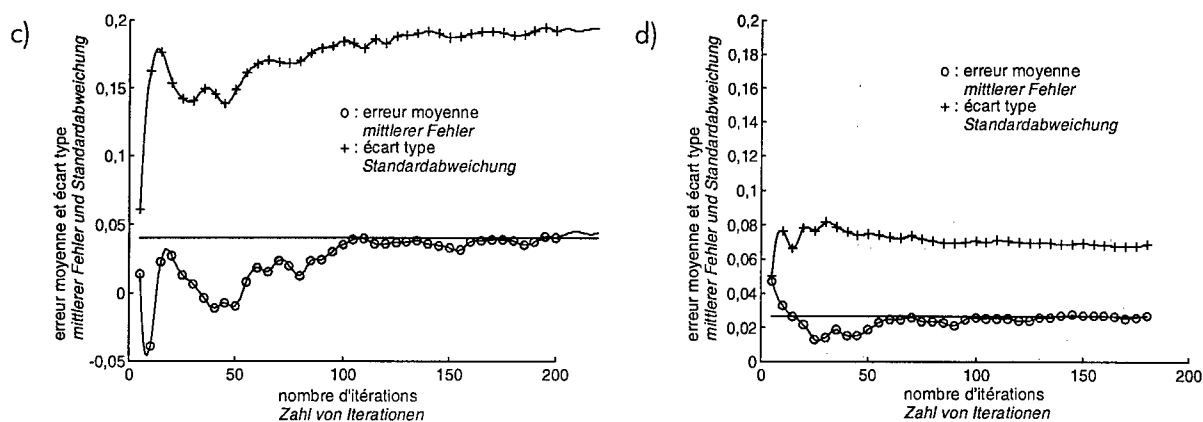


Fig. 28 c,d - Convergence de l'erreur de déplacement (en pixel) obtenues après élimination des "faux vecteurs" par la méthode d'ajustement par fonction parabolique en autocorrélation (fig. 28c) et en corrélation croisée (fig. 28d)

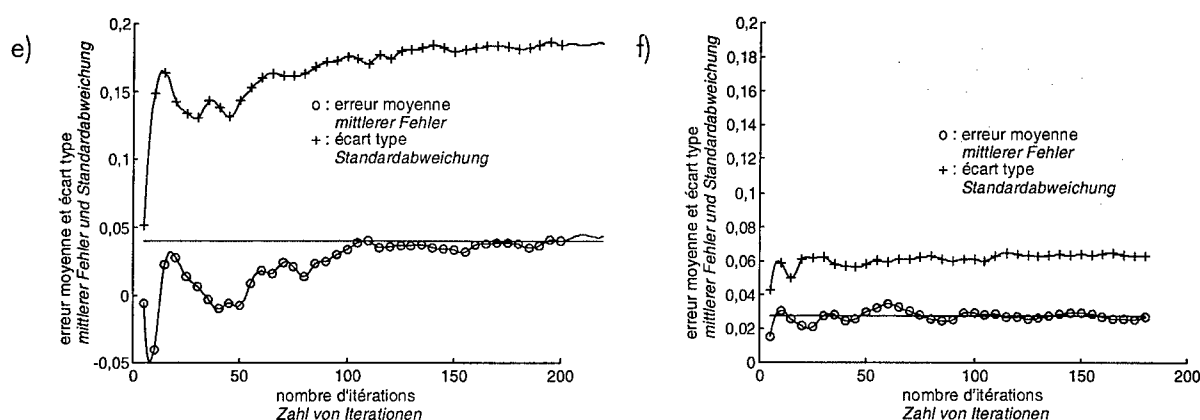


Fig. 28 e,f - Convergence de l'erreur de déplacement (en pixel) obtenues après élimination des "faux vecteurs" par la méthode d'ajustement par fonction gaussienne en autocorrélation (fig. 28e) et en corrélation croisée (fig. 28f)

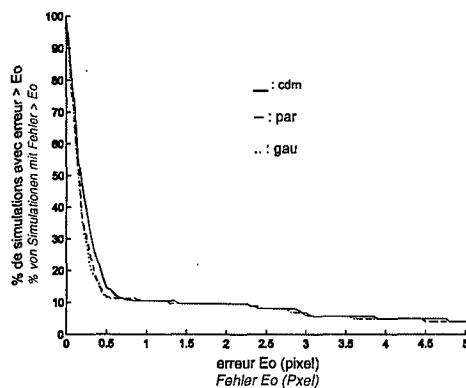
Ces nouvelles courbes de convergence présentent des erreurs de déplacement beaucoup plus faibles que les courbes des figures 21a à 21f, puisqu'elles ne dépassent pas quelques dixièmes de pixel. De plus, on obtient une convergence correcte au bout d'une centaine de simulations. Enfin, précisons que le trait horizontal sur ces figures correspond à l'erreur moyenne de déplacement après 250 simulations.

4.3.6 Performances comparées des méthodes de corrélation et d'interpolation sub-pixel

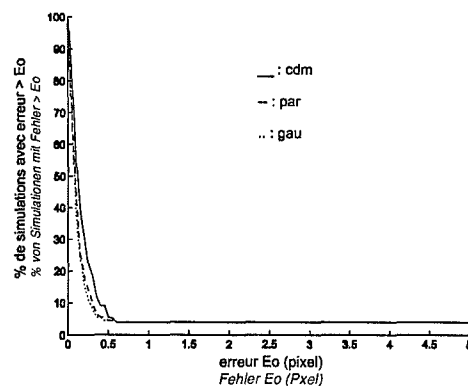
Une autre façon de comparer les performances des méthodes de corrélation et d'interpolation sub-pixel est de tracer la courbe représentant le pourcentage de simulations donnant une erreur supérieure à une erreur E_0 en fonction de ce seuil E_0 . De ce point de vue, la meilleure méthode est celle qui, pour une abscisse E_0 donnée, aura la plus petite ordonnée. Les figures 29a et 29b montrent ces courbes dans le cas des 250 simulations des paragraphes 4.3.2 et 4.3.3, pour un rayon des particules de 1 pixel (les "faux vecteurs" sont pris en compte ici).

Remarquons sur ces figures que, quelle que soit la méthode choisie, la courbe décroît rapidement. Cependant, avec les échelles de ces figures, il

est difficile de dire quelle est la meilleure méthode. Par contre, nous voyons clairement que la corrélation croisée donne de meilleurs résultats que l'autocorrélation, et que même pour une valeur E_0 de l'ordre de 5 pixels, le pourcentage de simulations donnant une erreur supérieure à E_0 n'est pas nul : ce résultat est évidemment lié à la présence des "faux vecteurs".



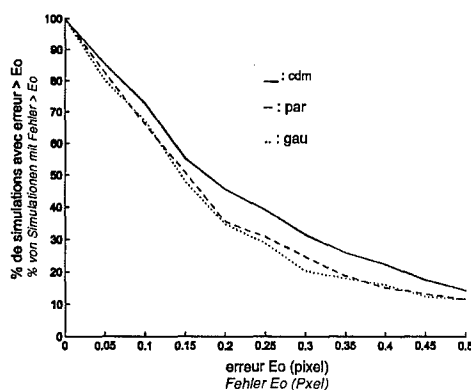
a) autocorrélation



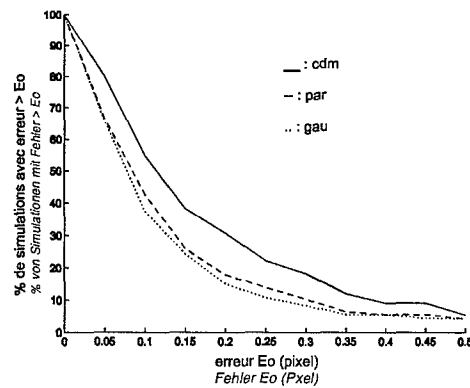
b) corrélation croisée

Fig. 29 a,b - Pourcentages de simulations dont l'erreur est supérieure à E_0

Pour mieux comparer les différences des méthodes de corrélation et d'interpolation sub-pixel, faisons maintenant varier E_0 entre 0 et 0,5 pixel (fig. 29c et 29d).



c) autocorrélation



d) corrélation croisée

Fig. 29 c,d - Pourcentages de simulations dont l'erreur est supérieure à E_0

En conclusion, les figures 29c et 29d montrent que, quelle que soit la méthode de corrélation utilisée, c'est la méthode d'interpolation par ajustement d'une fonction gaussienne qui donne les meilleurs résultats.

4.3.7 Influence du déplacement fractionnaire sur l'erreur de déplacement

Comme dans le cas d'une seule particule présente dans l'aire d'interrogation (§ 4.2.4), nous pouvons étudier l'influence du déplacement fractionnaire des particules sur l'erreur de déplacement (fig. 30a à 30d).

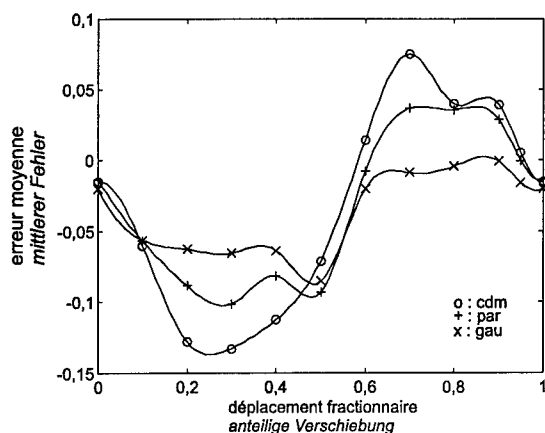


Fig. 30a - Erreur de déplacement en fonction du déplacement fractionnaire (cas de l'autocorrélation) : moyenne (en pixel) de l'erreur de déplacement

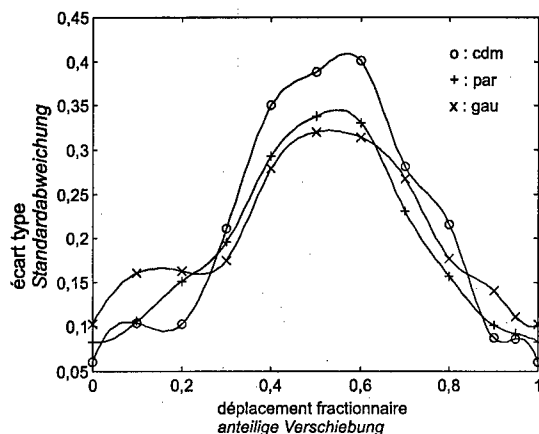


Fig. 30b - Erreur de déplacement en fonction du déplacement fractionnaire (cas de l'autocorrélation) : écart type (en pixel) de l'erreur de déplacement

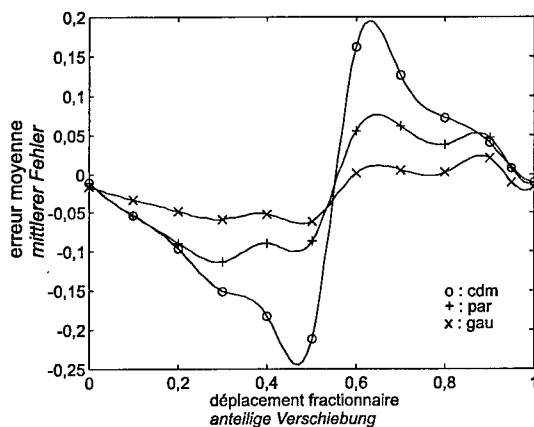


Fig. 30c - Erreur de déplacement en fonction du déplacement fractionnaire (cas de la corrélation croisée) : moyenne (en pixel) de l'erreur de déplacement

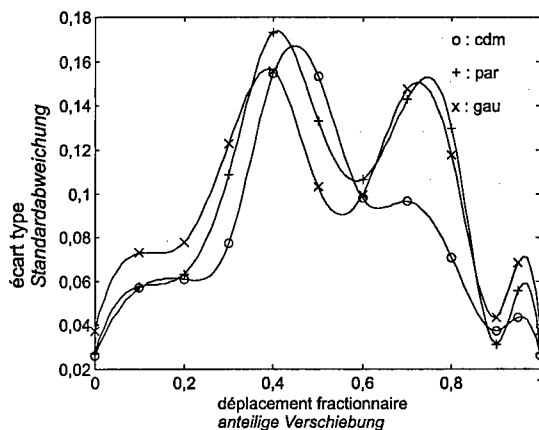


Fig. 30d - Erreur de déplacement en fonction du déplacement fractionnaire (cas de la corrélation croisée) : écart type (en pixel) de l'erreur de déplacement

Les figures 30a à 30d ont été obtenues pour un rayon des images de particules égal à 0,8 pixel, et chaque point de ces figure a été déterminé après 250 simulations (les simulations correspondant à des "faux vecteurs" ont été éliminées).

Comme dans le cas du paragraphe 4.2.4, les courbes d'erreurs moyennes suivent une certaine symétrie et se recoupent encore pour un déplacement fractionnaire proche de 0 ou 0,5 pixel. La méthode d'interpolation par une fonction gaussienne donne, là aussi, le plus souvent, l'erreur la plus faible.

4.3.8 Influence du rayon des particules sur l'erreur de déplacement

Comme au paragraphe 4.2.5, il est possible d'examiner l'influence du rayon des particules sur l'erreur de déplacement.

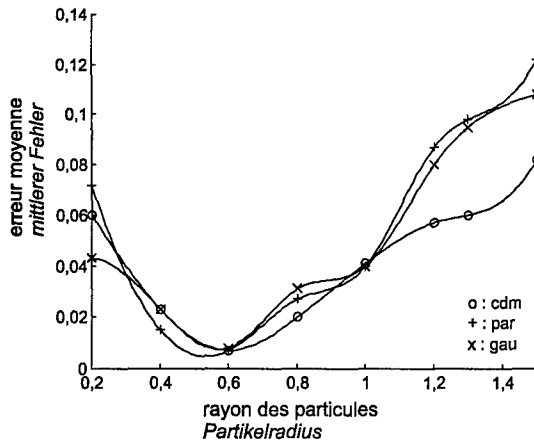


Fig. 31a - Erreur de déplacement (moyenne, en pixel) en fonction du rayon des particules (cas de l'autocorrélation)

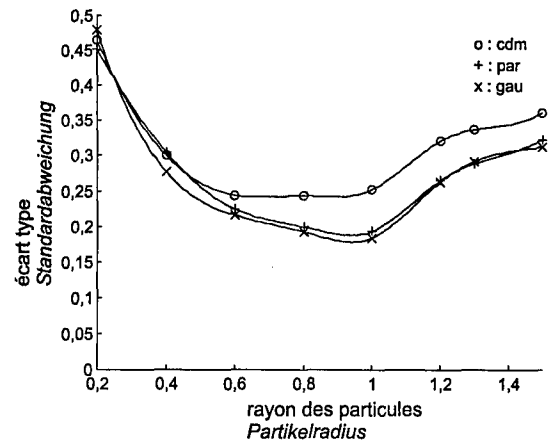


Fig. 31b - Erreur de déplacement (écart type, en pixel) en fonction du rayon des particules (cas de l'autocorrélation)

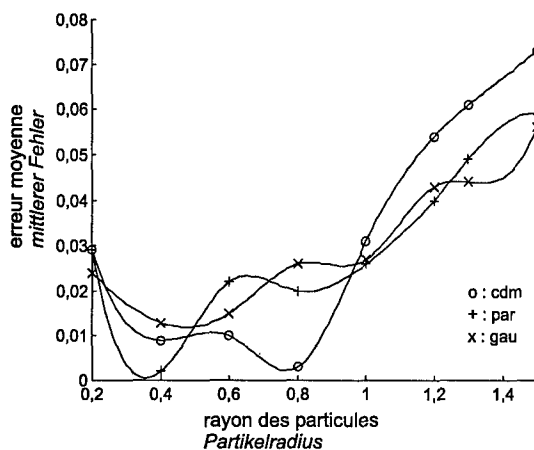


Fig. 31c - Erreur de déplacement (moyenne, en pixel) en fonction du rayon des particules (cas de la corrélation croisée)

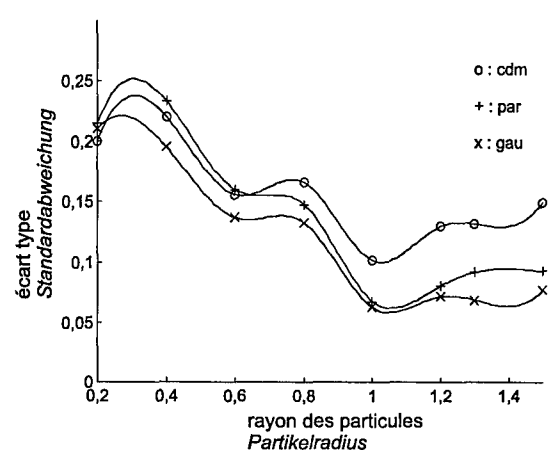


Fig. 31d - Erreur de déplacement (écart type, en pixel) en fonction du rayon des particules (cas de la corrélation croisée)

Dans ce cas précis, après chaque simulation, le résultat sur l'erreur de déplacement est testé pour savoir s'il s'agit d'un faux vecteur (nous considérons comme faux vecteur tout vecteur dont l'erreur de déplacement est supérieure à 5 pixels) et ce résultat est éliminé si tel est le cas. Les figures 31a à 31d montrent les courbes obtenues après 100 simulations par point de calcul, pour des rayons de particules variant de 0,2 à 1,5 pixel (pour les autres conditions du calcul, voir § 4.2.5). On observe, comme dans le cas d'une seule particule par aire d'interrogation (§ 4.2.5), que l'erreur de déplacement semble être minimale pour un rayon-image des particules situé aux environs de 1 pixel.

Le fait que l'erreur de déplacement semble être minimale pour un rayon-image des particules situé aux environs de 1 pixel peut se comprendre aisément en considérant les deux points suivants :

- Pour de grands rayons de particules, les images de ces particules vont inmanquablement se superposer. Les figures 32a et 32b en donnent un exemple pour des particules de 3 pixels de rayon. Dans ce cas extrême, on trouvera un "faux vecteur".

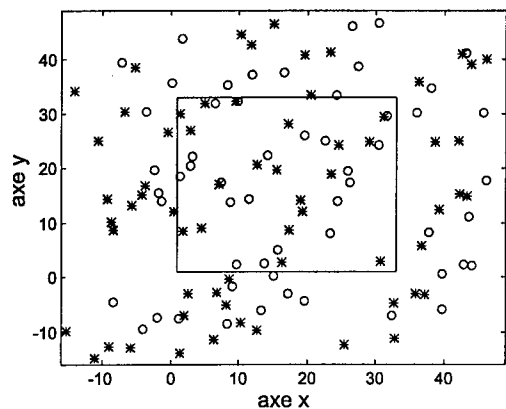


Fig. 32a - Position des particules de rayon égal à 3 pixels dans une aire d'interrogation de 32×32 pixels : la croix correspond à la position des particules à l'instant t_1 et le rond à l'instant t_2

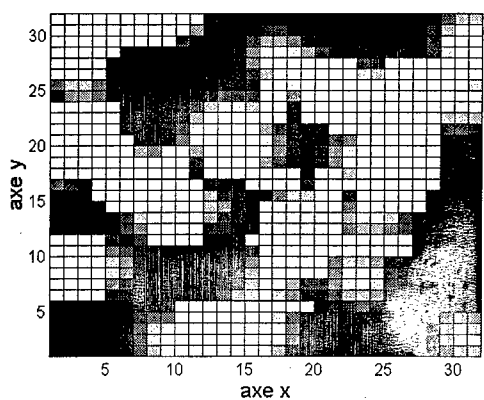


Fig. 32b - Image restituée par la caméra CCD

- Lorsque le rayon des particules est petit (0,4 pixel, par exemple), le signal reçu par la caméra CCD est très faible puisque ce signal est obtenu par intégration spatiale sur chaque pixel du faible signal émis par ces petites particules. Une éventuelle superposition d'images de particules entraîne alors une élévation locale forte du niveau de gris, ce qui se traduit par un pic important sur la répartition tridimensionnelle des particules (fig. 33a et 33b). Si plusieurs tels pics (correspondant à des superpositions) sont présents dans l'aire d'interrogation, la corrélation la plus forte est celle obtenue à partir de ces pics, ce qui conduit aussi à des erreurs importantes sur le déplacement, voire à des faux vecteurs.

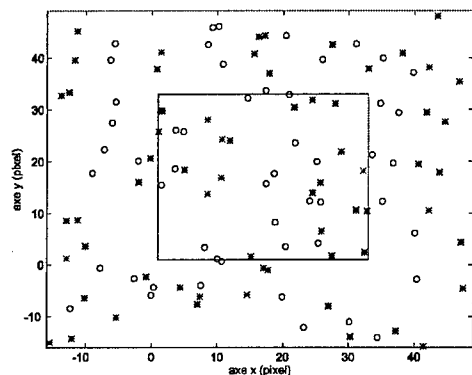


Fig. 33a - Positions de particules de rayon 0,4 pixel

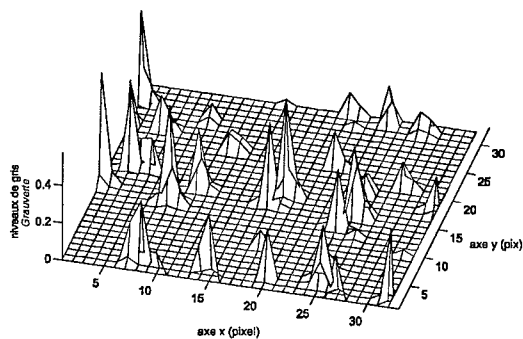


Fig. 33b - Niveaux de gris correspondant à la figure 33a (les pics correspondent pour la plupart à des superpositions de particules)

4.4 Cas de plusieurs particules avec présence de bruit

4.4.1 Aire d'interrogation réelle de PIV

Jusqu'à présent, nous n'avons considéré que des aires d'interrogation obtenues après un enregistrement parfait, sans aucune source de bruit. En

réalité, lors de prises de vues de PIV, les sources de bruit sont nombreuses : lumière parasite, bruit du CCD et des divers appareils électroniques, imperfection des optiques, etc. [1,2,13]. À titre d'exemple, les figures 34a et b montrent des représentations bi- et tridimensionnelle des niveaux de gris d'une aire d'interrogation obtenue lors d'une prise de vue réelle de PIV obtenue à l'ISL sur un profil oscillant en tunnel hydrodynamique [14,15] :

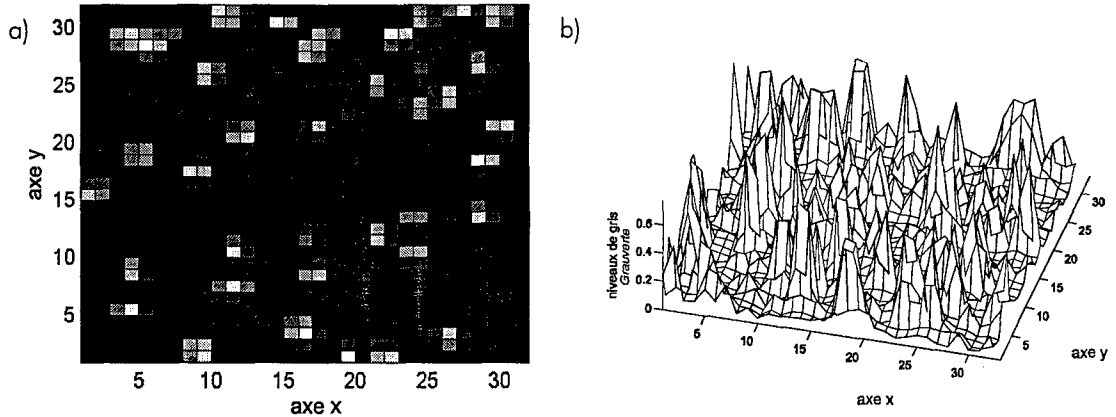


Fig. 34 a,b - Représentations bi- et tridimensionnelle des niveaux de gris d'une aire d'interrogation obtenue lors d'une prise de vue réelle de PIV [14,15]

On observe bien les pics correspondant aux positions des particules, mais surtout on remarque la présence de bruit de fond sur la figure 34b. Ce bruit devra maintenant être pris en compte sur nos simulations.

4.4.2 Simulation d'aires d'interrogation avec bruit

Modéliser séparément chaque source de bruit intervenant lors de prises de vues de PIV est une entreprise pour le moins délicate. Par exemple, une caméra CCD engendre à elle seule plusieurs types de bruits [24,25]. L'influence du bruit d'une caméra CCD sur la précision de mesure en PIV a, d'une certaine façon, déjà été étudiée dans [20], mais toutes les sources de bruit n'ont pas été prises en compte.

Dans la suite, nous considérerons que l'ensemble des sources de bruit peut être représenté par une variable aléatoire gaussienne. Les figures 35a à 35c montrent alors un exemple d'une aire d'interrogation simulée et obtenue dans les conditions suivantes :

- 50 particules dans la fenêtre de 64×64 pixels avec des positions aléatoires à l'instant t_1 (données par une distribution uniforme),
- rayon des particules représenté par une distribution normale de moyenne 1,2 pixel et d'écart type 0,2 pixel,
- déplacement imposé aux particules : $\Delta x = 7,05$ pixels et $\Delta y = 1,76$ pixel,
- bruit gaussien de moyenne 20 pixels et d'écart type 10 pixels.

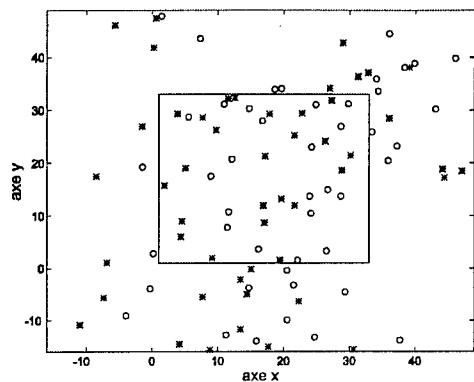


Fig. 35a - Position des particules dans l'aire d'interrogation : la croix correspond à la position des particules à l'instant t_1 et le rond à l'instant t_2

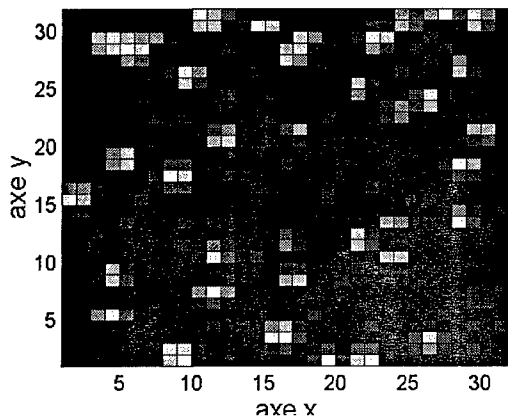


Fig. 35b - Image restituée par la caméra CCD

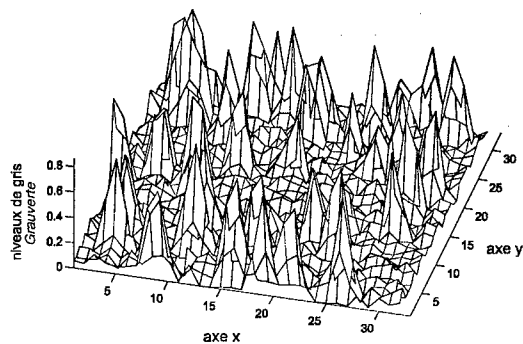


Fig. 35c - Répartition tridimensionnelle des niveaux de gris correspondant à la figure 35a

4.4.3 Méthodes de corrélation

Les figures 36a et 36b montrent les fonctions d'autocorrélation et de corrélation croisée correspondant à la configuration de particules du paragraphe précédent. On ne retrouve, cette fois, pas de pics de corrélation, mais des figures de forme pyramidale. Ce résultat, a priori surprenant, peut tout à fait se comprendre à l'aide des considérations suivantes :

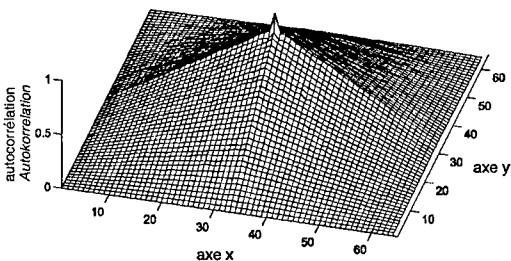


Fig. 36a - Fonction d'autocorrélation

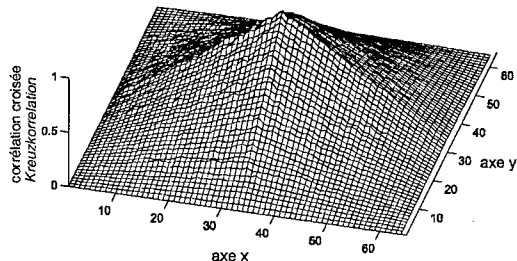


Fig. 36b - Fonction de corrélation croisée

Considérons, pour simplifier, une aire d'interrogation de $N \times N$ pixels ayant, pour chaque pixel, un niveau de gris constant A (modélisation simple du bruit de fond) et remplaçons la représentation discrète due à la pixélisation

par une représentation continue. L'équivalent monodimensionnel de cette représentation continue est schématisé sur la figure 37a. Nous cherchons alors à calculer la fonction d'autocorrélation suivante :

$$(37) \quad \varphi(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)f(x+t)dx .$$

Puisque nous avons $f(x) = A$ pour $0 \leq x \leq N$, il est facile de tracer $f(x+t)$, puis le produit $f(x)f(x+t)$ et $\varphi(t)$ (fig. 37). On obtient finalement :

$$(38) \quad \varphi(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)f(x+t)dx = A(N - |t|) ,$$

soit une figure de corrélation de forme triangulaire.

Le calcul qui vient d'être effectué est exactement l'équivalent monodimensionnel et continu du calcul bidimensionnel et discret qui a permis d'obtenir la figure 36a (se rappeler que la figure 36a a été obtenue à partir de la formule (31) remplacée ici par (37)). On comprend ainsi que la forme pyramidale des figures 36a et 36b est due directement à la méthode de corrélation utilisée.

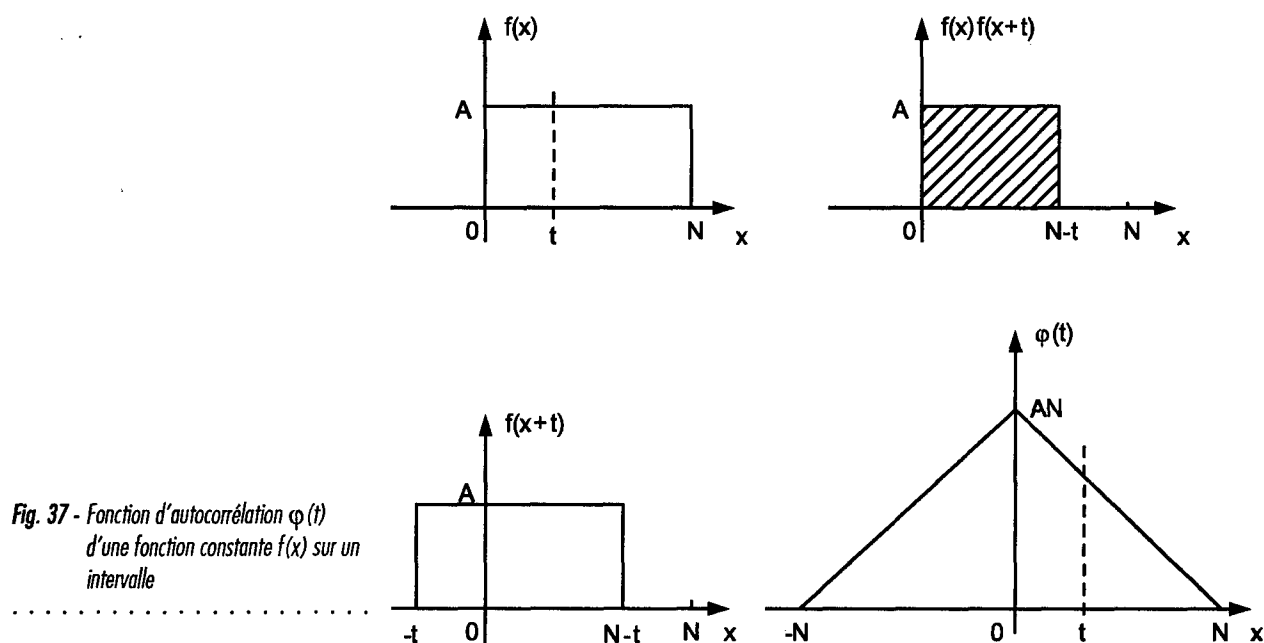


Fig. 37 - Fonction d'autocorrélation $\varphi(t)$ d'une fonction constante $f(x)$ sur un intervalle

Une conséquence directe de ce constat est que les formules de corrélation simples (31) et (32) ne peuvent être utilisées dans le cas d'aires d'interrogation avec bruit de fond. En effet, les figures 36a et 36b montrent que l'on obtiendrait, à l'aide des méthodes d'interpolation sub-pixel, des déplacements proches de 0 pixel (voir la position du sommet de la pyramide), soit une erreur de déplacement l'ordre de 100 %.

Pratiquement, dans le cas de prises de vues réelles de PIV, on utilise souvent le coefficient de corrélation qui, dans le cas du coefficient de corrélation croisée, s'écrit [16] :

$$c(k,l) = \frac{\sum_i \sum_j (N_{i,j} - \mu) (N'_{i+k,j+l} - \mu')}{\sqrt{\sum_i \sum_j (N_{i,j} - \mu)^2} \sqrt{\sum_i \sum_j (N'_{i+k,j+l} - \mu')^2}} \quad (39)$$

où μ et μ' désignent les moyennes arithmétiques de $N_{i,j}$ et $N'_{i,j}$ (respectivement). D'autres auteurs préconisent des formules de corrélations différentes qui permettent des calculs numériques plus rapides : voir, par exemple, la fonction d'erreur de corrélation dans [26] et les méthodes de corrélations binaires où on "binarise" au préalable les images de particules (i.e. on attribue à chaque pixel une valeur 1 ou 0 suivant que ce pixel appartient à une image de particule ou non) : voir [20,27,28], par exemple.

On remarque que la différence principale entre ces méthodes et les formules de corrélation simples (31) et (32) utilisées jusque là dans ce Rapport est que ces méthodes permettent d'éliminer le bruit de fond avant de faire le calcul de corrélation proprement dit.

4.4.4 Élimination du bruit de fond

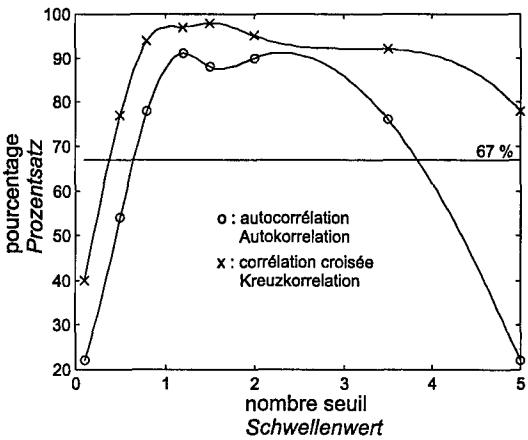
Dans ce paragraphe, nous n'allons pas utiliser les méthodes habituellement employées dans le cas de prises de vues réelles de PIV (coefficient de corrélation, fonction d'erreur de corrélation, binarisation : voir la fin du paragraphe précédent), mais nous allons plutôt mettre en oeuvre une méthode simple d'élimination du bruit avant de calculer les corrélations à l'aide des relations (31) et (32).

Cette méthode simple d'élimination du bruit est une méthode de seuillage : elle consiste à calculer la moyenne μ et l'écart type σ des niveaux de gris $N_{i,j}$ d'une aire d'interrogation, puis à effectuer l'opération suivante :

$$N_{i,j} = 0 \quad \text{si} \quad N_{i,j} < \mu + k \sigma . \quad (40)$$

Dans la suite, k sera appelé "nombre seuil". Une première étude intéressante est d'examiner l'influence de ce nombre seuil. Traçons alors, pour un nombre seuil variant entre 0 et 5, la figure donnant le pourcentage de simulations dont l'erreur de déplacement est 10 fois inférieure après élimination du bruit à l'erreur de déplacement obtenue avant élimination du bruit (fig. 38). Chaque point de calcul est obtenu à partir de 100 itérations, les conditions de simulation étant celles précisées au paragraphe 4.4.2.

Fig. 38 - Pourcentage de simulations dont l'erreur de déplacement est 10 fois inférieure après élimination du bruit à l'erreur de déplacement obtenue avant élimination du bruit



Notons que la méthode d'interpolation sub-pixel n'intervient pas dans cette figure. Les trois méthodes donnent, en effet, des résultats sensiblement identiques. La seule différence notable se situe au niveau du choix de la méthode de corrélation : la méthode de corrélation croisée donne de meilleurs résultats que la méthode d'autocorrélation, et ce dans une gamme de nombre seuil plus grande.

La figure 38 montre aussi que l'élimination du bruit n'est pas efficace pour toutes les valeurs du nombre seuil. Si l'on fixe arbitrairement un pourcentage d'efficacité de 67 %, on s'aperçoit que, dans le cas de l'autocorrélation, le nombre seuil k doit être compris entre 0,7 et 4 environ. Ce point peut se comprendre aisément : si le nombre seuil est trop petit, l'élimination du bruit ne sera pas effectuée sur tous les pixels, ce qui fera apparaître de nouveaux pics qui ne correspondent pas à des particules mais à du bruit (fig. 39a et 39b). Si ce nombre seuil est trop grand, l'élimination du bruit sera trop grossière et seuls certains pixels isolés resteront (fig. 40a et 40b), ce qui détruira la corrélation entre les deux instants de mesure. Dans les deux cas, les méthodes de corrélation (31) et (32) donneront des résultats erronés.

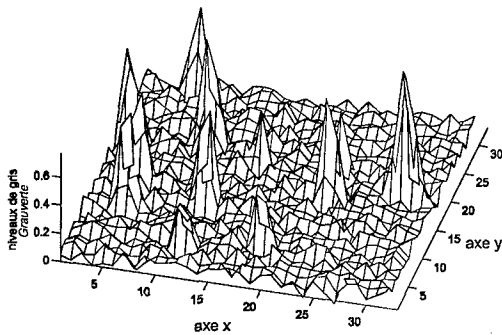


Fig. 39a - Exemple de niveaux de gris avant élimination du bruit

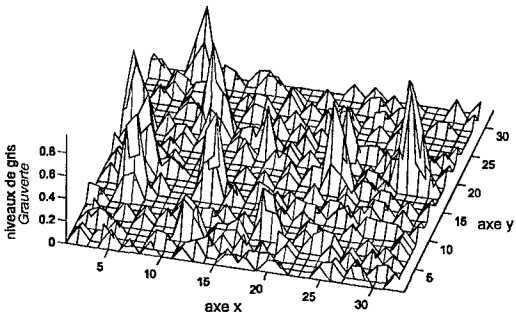


Fig. 39b - Niveaux de gris après élimination du bruit avec un nombre seuil égal à 0,1

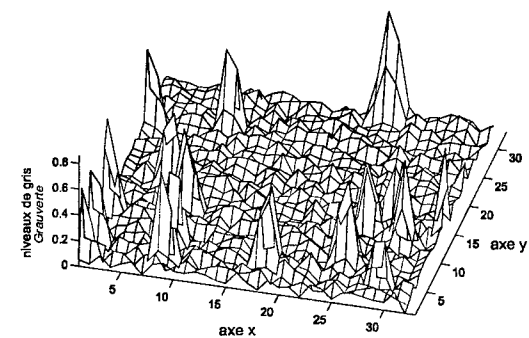


Fig. 40a - Exemple de niveaux de gris avant élimination du bruit

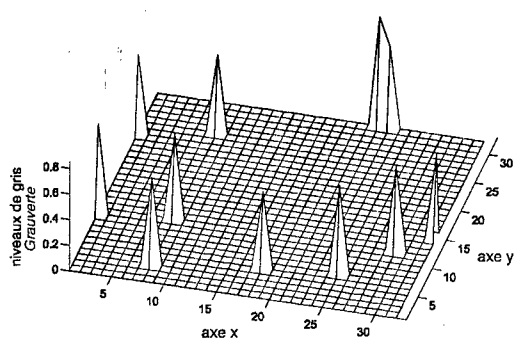
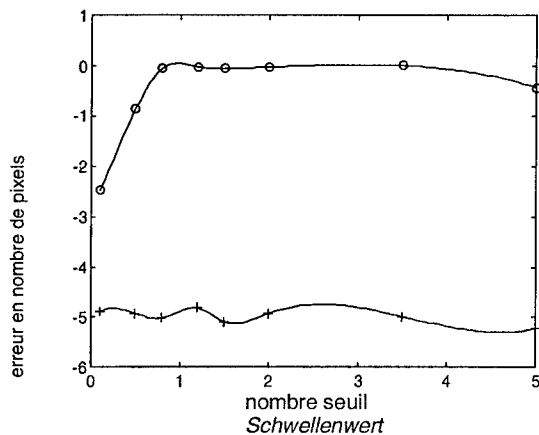
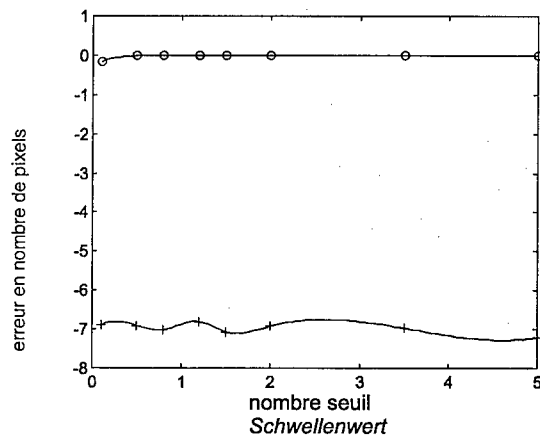


Fig. 40b - Niveaux de gris après élimination du bruit avec un nombre seuil égal à 5

Traçons également la moyenne de l'erreur de déplacement avant et après élimination du bruit (fig. 41a) et b)), en fonction du nombre seuil, à partir des mêmes résultats que ceux qui ont servi à tracer la courbe 38.



a) courbes obtenues en autocorrélation



b) courbes obtenues en corrélation croisée

Fig. 41 - Comparaison des erreurs de déplacement avant (courbes reliant les croix) et après élimination du bruit (courbes reliant les ronds)

Les courbes des figures 41a) et b) ont été obtenues en utilisant la méthode d'interpolation par le centre des masses. Les deux autres méthodes d'interpolation sub-pixel donnent des résultats analogues et les courbes d'erreurs sont sensiblement les mêmes que celles obtenues ci-dessus. Ces courbes permettent de valider la méthode d'élimination du bruit proposée et de confirmer son efficacité pour une valeur du nombre seuil comprise entre 0,8 et 3,5.

4.4.5 Influence du niveau de bruit de fond sur l'erreur de déplacement

Étudions maintenant l'influence du niveau de bruit de fond sur l'erreur de déplacement (fig.42a à 43b). Les résultats ont été obtenus dans les conditions suivantes :

- déplacement imposé aux particules : répartition normale de moyenne 7 pixels et d'écart type 2 pixels suivant les axes x et y,
- rayon des particules : répartition normale de moyenne 0,8 pixel et d'écart type 0,2 pixel,
- nombre seuil pour l'élimination du bruit égal à 2,
- 200 simulations pour chaque point des courbes.

Les figures 42a à 43b représentent, pour les trois méthodes d'interpolation sub-pixel considérées, le pourcentage des simulations donnant des erreurs supérieures à 0,2 pixel, en fonction du niveau moyen de bruit de fond. Les courbes des figures 42a) et b) ont été obtenues en fixant l'écart type à 10 niveaux de gris, alors que les courbes des figures 43a) et b) ont été obtenues pour un écart type de 50 niveaux de gris. Sur les mêmes figures sont aussi représentées les courbes obtenues sans élimination du bruit de fond.

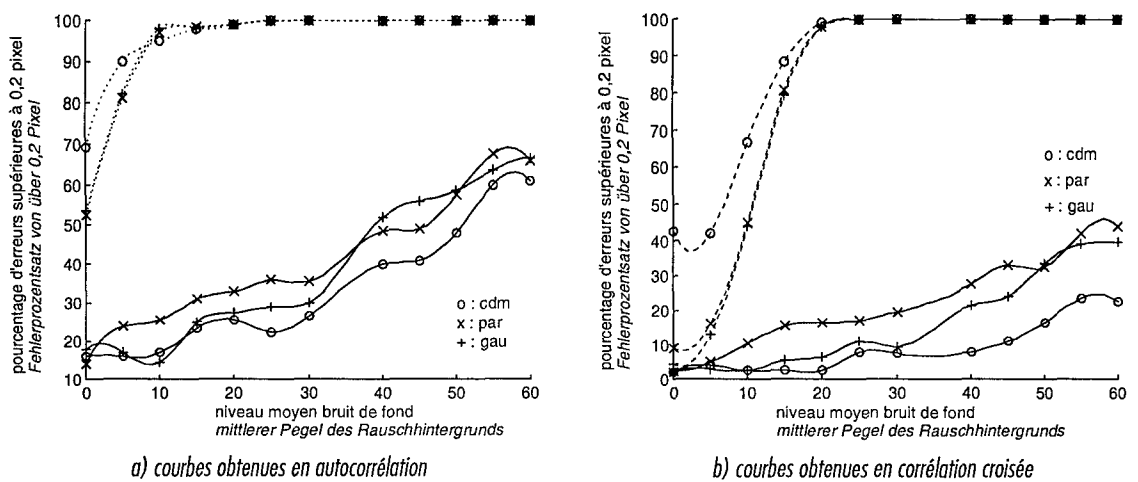


Fig. 42 - Pourcentages des simulations donnant des erreurs supérieures à 0,2 pixel pour un écart type du bruit de fond égal à 10 niveaux de gris avant élimination (courbes du haut) et après élimination (courbes du bas) du bruit

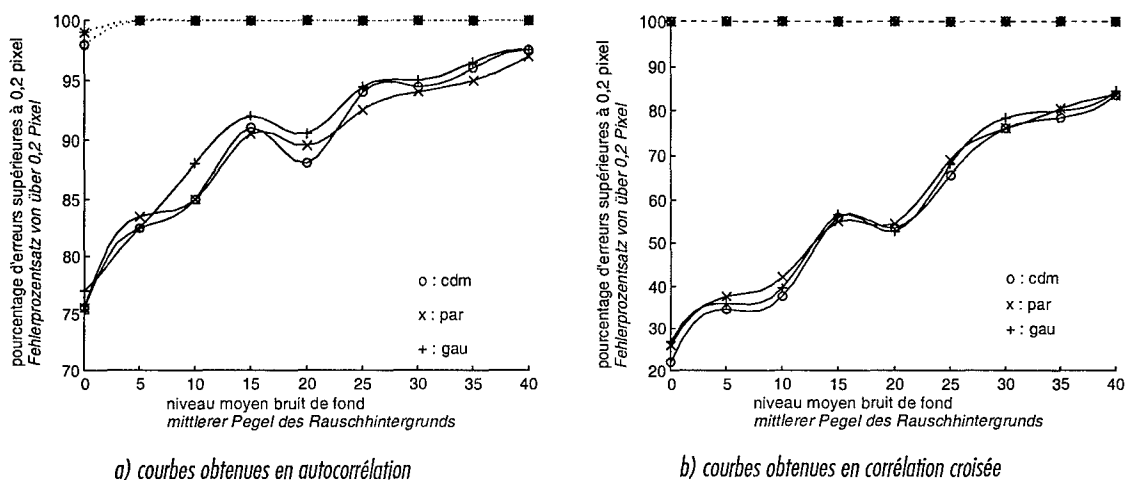


Fig. 43 - Pourcentages des simulations donnant des erreurs supérieures à 0,2 pixel pour un écart type du bruit de fond égal à 50 niveaux de gris avant élimination (courbes du haut) et après élimination (courbes du bas) du bruit

Ces figures appellent les commentaires suivants :

- a) la nécessité de l'élimination du bruit est mise en évidence. Sans cette élimination, il suffit d'un bruit de fond faible pour obtenir près de 100 % des simulations qui donnent des erreurs toujours supérieures à 0,2 pixel,
- b) le pourcentage de simulations donnant des erreurs supérieures à 0,2 pixel augmente avec le niveau moyen de niveau de bruit de fond, mais aussi avec l'écart type : en effet, à niveau de bruit moyen égal, le pourcentage est plus important lorsque l'écart type vaut 50 que lorsqu'il vaut 10,
- c) le choix de la méthode de corrélation est à nouveau favorable à la corrélation croisée, celle-ci donnant des pourcentages plus faibles par rapport à l'autocorrélation, à niveau de bruit égal.

4.4.6 Conclusion

Les différentes courbes tracées dans ce paragraphe montrent que le bruit contribue largement à l'augmentation de l'erreur sur le déplacement. Il faut donc le réduire au maximum, d'une part en utilisant du matériel très performant (caméra CCD générant un bruit de fond minimal) et, d'autre part, en s'arrangeant pour éliminer toute source lumineuse parasite. Toutes ces dispositions ne permettent cependant pas d'éliminer le bruit. Il sera donc nécessaire de traiter le signal issu de la caméra CCD en le seillant, par exemple, suivant la méthode proposée dans ce paragraphe.

4.5 Cas de plusieurs particules avec un gradient de déplacement

4.5.1 Configuration

Dans ce chapitre, nous considérons le cas d'un écoulement avec un gradient de déplacement. Par souci de simplicité, nous abandonnons cependant le bruit de fond pour effectuer ces tests. La configuration est alors la suivante :

- 65 particules présentes dans la fenêtre de 64×64 pixels,
- rayon des images des particules de 1 pixel.

Pour simplifier la configuration nous n'imposerons, pour commencer, qu'un gradient suivant la direction x. Les déplacements imposés aux particules seront alors de la forme :

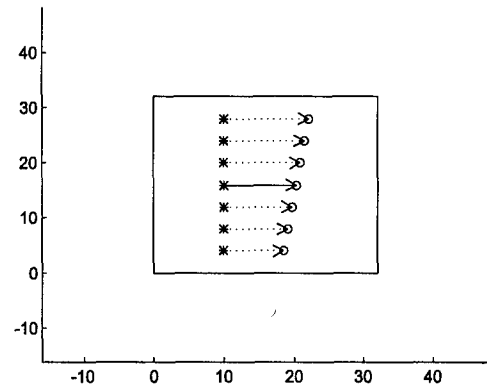
$$\Delta X = \Delta X_0 + \frac{d(\Delta X)}{dy} (y - y_0), \quad (40)$$

$$\Delta Y = \Delta Y_0 = \text{constante}. \quad (41)$$

Le gradient $\frac{d(\Delta X)}{dy}$ s'exprime en pixel suivant x par pixel suivant y : dans la suite, nous ne précisons plus son unité. Le déplacement "de base" ΔX_0 correspond au déplacement qu'aurait une particule qui se trouverait à l'or-

donnée $y_0 = 16$ pixels lors de la première des deux expositions de PIV. C'est également ce déplacement qui nous servira de référence pour déterminer l'erreur commise sur le déplacement. La figure 44 montre une schématisation des déplacements imposés aux particules.

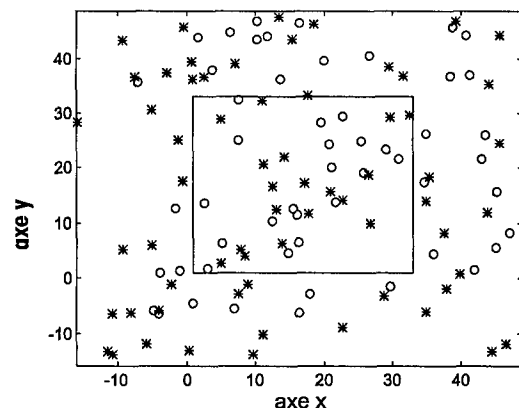
Fig. 44 - Aire d'interrogation de 32×32 pixels montrant les déplacements imposés aux particules à cause du gradient $d(\Delta x)/dy$. Le vecteur central, à l'ordonnée $y_0 = 16$ pixels représente ΔX_0



4.5.2 Exemple de répartition des particules

Traçons un exemple de répartition bidimensionnelle des particules pour la configuration définie ci-dessus et dont le gradient $\frac{d(\Delta X)}{dy}$ a pour valeur 0,05. Les déplacements "de base" suivant les deux directions ont pour valeur $\Delta X_0 = 8,16$ pixels et $y_0 = 7,52$ pixels (fig. 45).

Fig. 45 - Exemple de répartition des particules correspondant à la configuration avec gradient de déplacement $d(\Delta X)/dy = 0,05$: la croix correspond à la position des particules à l'instant t_1 et le rond à l'instant t_2



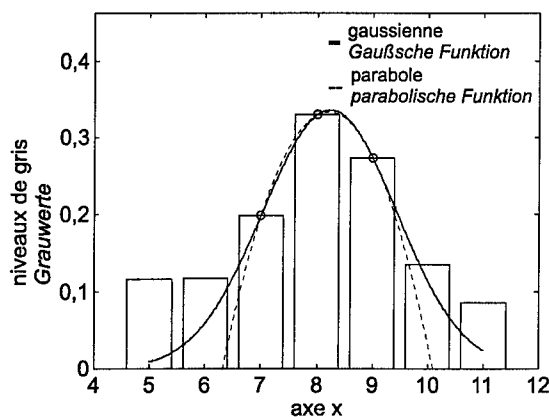
4.5.3 Influence du gradient de déplacement sur les pics de corrélation

Dans un premier temps, comparons les histogrammes des pics de corrélation obtenus avec gradient de déplacement (voir équations 40 et 41) et sans gradient de déplacement, et ce pour la même répartition de particules à l'instant t_1 que sur la figure 45 (dans le cas sans gradient de déplacement, les déplacements imposés aux particules sont de la forme $\Delta X = \Delta X_0$ et $\Delta Y = \Delta Y_0$) : voir figures 46a à 46d.

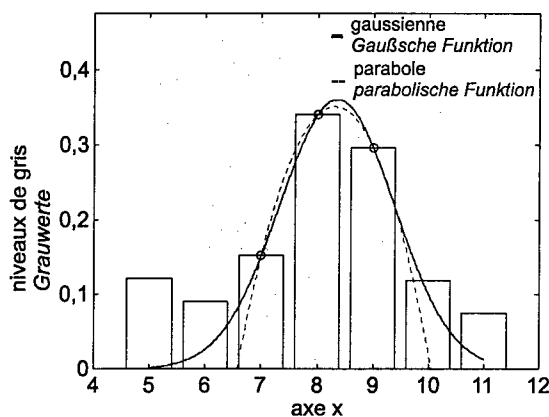
Les déplacements des particules n'étant pas tous les mêmes dans la fenêtre d'interrogation du fait de l'introduction du gradient de déplacement, nous nous attendrions à ce que le pic de la fonction d'autocorrélation soit plus large et moins haut que celui obtenu sans gradient. Ceci n'apparaît cepen-

nant pas de manière flagrante sur les figures 46a à 46d. Nous verrons au paragraphe 4.5.6 que cet effet d'élargissement des pics de corrélation est nettement mieux mis en évidence pour des valeurs plus importantes du gradient de déplacement.

Remarquons également que les figures 46c et 46d sont très semblables, ce qui était attendu puisque les déplacements suivant l'axe y sont les mêmes pour ces deux figures.

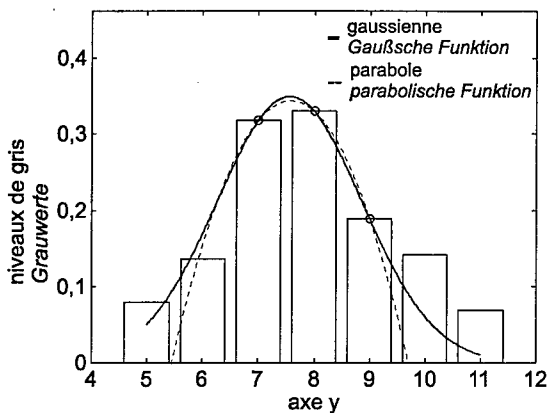


a) histogramme obtenu avec présence d'un gradient de déplacement

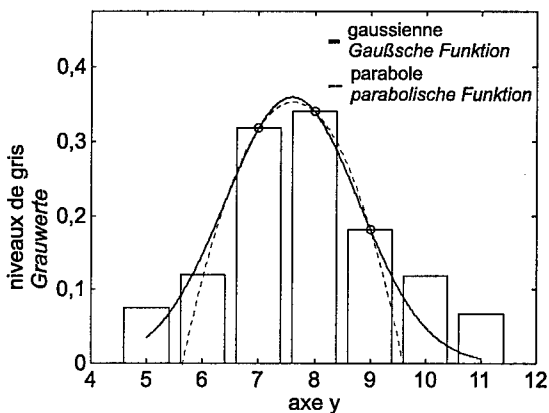


b) histogramme obtenu sans gradient de déplacement

Fig. 46 a,b - Comparaison des histogrammes suivant l'axe x des niveaux de gris du pic principal de la fonction d'autocorrélation



c) histogramme obtenu avec présence d'un gradient de déplacement



d) histogramme obtenu sans gradient de déplacement

Fig. 46 c,d - Comparaison des histogrammes suivant l'axe y des niveaux de gris du pic principal de la fonction d'autocorrélation

4.5.4 Influence du gradient de déplacement sur les erreurs de déplacement

Les tableaux 5 et 6 montrent les déplacements calculés par la méthode d'autocorrélation et par les trois méthodes d'interpolation sub-pixel pour la configuration de particules du paragraphe 4.5.1 (tableau 5 : cas avec gradient de déplacement, et tableau 6 : cas sans gradient de déplacement).

	ΔX	ΔX_0	ΔY	ΔY_0
centre des masses	8,09	8,16	7,85	7,52
parabole	8,20	8,16	7,58	7,52
gaussienne	8,23	8,16	7,56	7,52

Tab. 5 - Déplacements (colonnes ΔX et ΔY) calculés par la méthode d'autocorrélation et par les trois méthodes d'interpolation sub-pixel dans le cas d'un gradient $d(\Delta X)/dy$ égal à 0,05

	ΔX	ΔX_0	ΔY	ΔY_0
centre des masses	8,18	8,16	7,84	7,52
parabole	8,31	8,16	7,62	7,52
gaussienne	8,35	8,16	7,60	7,52

Tab. 6 - Déplacements (colonnes ΔX et ΔY) calculés par la méthode d'autocorrélation et par les trois méthodes d'interpolation sub-pixel dans le cas sans gradient de déplacement

On remarque, sur les tableaux 5 et 6, que les déplacements calculés sont beaucoup plus proches des déplacements "de base" imposés ΔX_0 et ΔY_0 dans le cas sans gradient de déplacement que dans le cas avec gradient de déplacement. Ainsi, conformément à ce que l'on pouvait attendre, un gradient de déplacement biaise l'estimation du déplacement des particules.

4.5.5 Autre exemple de simulation

Effectuons une deuxième simulation en prenant, cette fois, un gradient plus important. Fixons, par exemple, $d(\Delta X)/dy$ à 0,1 et traçons à nouveau un exemple de répartition bidimensionnelle des particules (fig. 47) et les histogrammes des pics de corrélation, mais uniquement suivant l'axe x (fig.48a et b) puisque le gradient "n'agit" que suivant cette direction (les autres conditions de cette simulation sont celles des paragraphes 4.5.1 et 4.5.2).

Les tableaux 7 et 8 montrent ensuite les déplacements calculés par la méthode d'autocorrélation et par les trois méthodes d'interpolation sub-pixel pour la configuration de particules de ce paragraphe (tableau 7 : cas avec gradient de déplacement, et tableau 8 : cas sans gradient de déplacement).

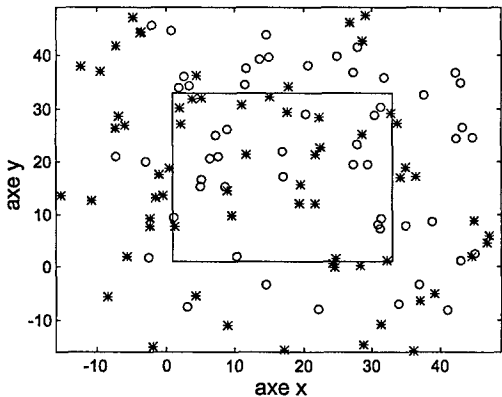
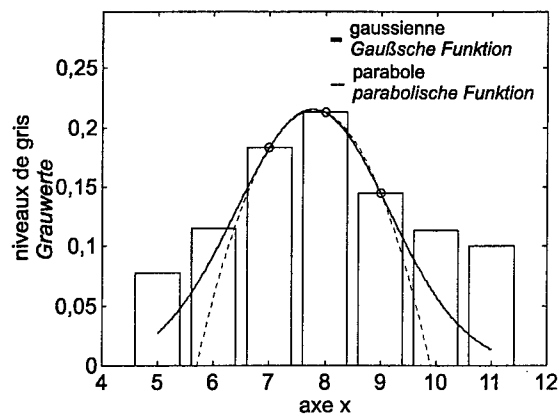
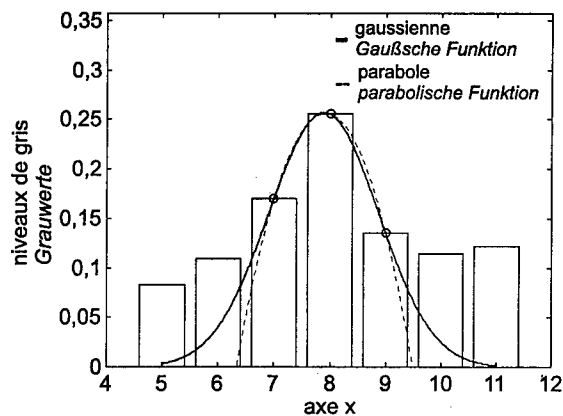


Fig. 47 - Exemple de répartition des particules correspondant à la configuration avec gradient de déplacement $d(\Delta X)/dy = 0,1$: la croix correspond à la position des particules à l'instant t_1 et le rond à l'instant t_2



a) histogramme obtenu avec présence d'un gradient de déplacement



b) histogramme obtenu sans gradient de déplacement

Fig. 48 - Comparaison des histogrammes suivant l'axe x des niveaux de gris du pic principal de la fonction d'autocorrélation

	ΔX	ΔX_0	ΔY	ΔY_0
centre des masses	7,93	8,16	7,16	7,52
parabole	7,80	8,16	7,30	7,52
gaussienne	7,78	8,16	7,34	7,52

Tab. 7 - Déplacements (colonnes ΔX et ΔY) calculés par la méthode d'autocorrélation et par les trois méthodes d'interpolation sub-pixel dans le cas d'un gradient $d(\Delta X)/dy$ égal à 0,1

	ΔX	ΔX_0	ΔY	ΔY_0
centre des masses	7,94	8,16	7,19	7,52
parabole	7,92	8,16	7,39	7,52
gaussienne	7,89	8,16	7,42	7,52

Tab. 8 - Déplacements (colonnes ΔX et ΔY) calculés par la méthode d'autocorrélation et par les trois méthodes d'interpolation sub-pixel dans le cas sans gradient de déplacement

En comparant les figures 48a et b on observe, cette fois, bien une diminution de l'amplitude et un étalement des pics de corrélation dans le cas d'un gradient de déplacement. On remarque également que les erreurs sur l'estimation du déplacement des particules ont augmenté par rapport au cas du gradient $\frac{d(\Delta X)}{dy}$ égal à 0,05 (comparer les tableaux 5 et 7).

Les exemples de simulations numériques de ce paragraphe ont permis d'avoir quelques idées sur le comportement des figures de corrélation et de l'erreur de déplacement en présence de gradient de vitesses. Des séries de simulations numériques seraient cependant encore nécessaires pour déterminer, de façon statistique, l'influence exacte des gradients de déplacement sur l'estimation du déplacement des particules.

5. Conclusions et perspectives

Dans ce Rapport, les grandes lignes d'un modèle analytique de PIV vidéo, utilisé pour simuler la répartition des niveaux de gris, sur une matrice CCD, des images des particules présentes dans l'écoulement, ont été rappelées. Ce modèle analytique prend en compte les points suivants :

- position et taille des particules,
- intensité du plan laser,
- fonction de transfert de modulation (FTM) de l'optique utilisée,
- effets d'intégration, de gain et de quantification de la CCD.

Les méthodes classiques de dépouillement de telles images (autocorrélation, corrélation croisée et interpolation sub-pixel) ont, elles aussi, été rappelées. À partir de ce modèle analytique, des simulations numériques ont permis d'obtenir des résultats statistiques importants sur les erreurs commises dans l'estimation des déplacements des particules, et ce pour de nombreuses configurations de particules :

- une seule particule par aire d'interrogation, sans bruit de fond,
- plusieurs particules par aire d'interrogation, sans bruit de fond,
- plusieurs particules par aire d'interrogation, avec bruit de fond,
- plusieurs particules par aire d'interrogation, avec gradient de déplacement.

Parmi les résultats les plus importants obtenus, citons simplement la mise en évidence de l'apparition inévitable de "faux vecteurs", la détermination du diamètre optimal des images des particules (environ 1 pixel) et l'influence importante du déplacement fractionnaire sur l'erreur de déplacement des particules.

Les modèles analytique et numérique utilisés dans ce Rapport peuvent, à l'avenir, être utilisés pour étudier d'autres méthodes (de corrélation ou d'interpolation sub-pixel) qui permettraient d'obtenir de meilleures estimations des déplacements des particules en PIV.

6. Bibliographie

- [1] GRANT I. (éditeur)
Selected Papers on Particle Image Velocimetry
SPIE Milestone Series MS 99 (1994)
- [2] KOMPENHANS J., TROPEA C. (guest editors)
Particle Image Velocimetry
in: Special Issue of Measurement, Science and Technology, Vol. 8, No. 12,
December 1997
- [3] KOMPENHANS J., RAFFEL M., WERNERT P., SCHÄFER H.J.
Instantaneous Flow Field Measurements on Pitching Airfoils by Means of Particle Image Velocimetry
ISL - PU 311/94 (1994)
- [4] WERNERT P., KOERBER G., WIETRICH F., RAFFEL M., KOMPENHANS J.
Experimental Study of the Dynamic Stall Process on a Pitching Airfoil by Means of PIV Measurements and Laser-Sheet Visualizations
ISL - PU 315/94 (1994)
- [5] WERNERT P., KOERBER G., WIETRICH F., RAFFEL M., KOMPENHANS J.
Mesures par PIV et visualisations de l'écoulement autour d'un profil oscillant en phase de décrochage dynamique
PIV-Messung und Sichtbarmachung der Strömung um ein Profil unter Dynamic-Stall-Bedingungen
ISL - PU 326/94 (1994)
- [6] GEISSLER W., KOMPENHANS J., RAFFEL M., VOLLMERS H., WERNERT P.
Numerical and Experimental Investigations of Unsteady Flows under Deep Dynamic Stall Conditions
ISL - PU 346/94 (1994)
- [7] WERNERT P., KOERBER G., WIETRICH F., RAFFEL M., KOMPENHANS J.
PIV Measurements and Laser-Sheet Visualization of the Unsteady Flowfield over an Airfoil Pitching in Dynamic Stall Conditions
ISL - PU 339/95 (1995)

- [8] WERNERT P., KOERBER G., WIETRICH F., RAFFEL M., KOMPENHANS J.
Non-reproductibilité de l'écoulement autour d'un profil oscillant en phase de décrochage dynamique
Nicht-Reproduzierbarkeit der Umströmung eines oszillierenden Profils in der Phase des dynamischen Abreißens
ISL - PU 370/95 (1995)
- [9] WERNERT P., SCHÄFER H.J., RAFFEL M., KOMPENHANS J.
Mesures par PIV du champ de vitesse autour d'un profil oscillant en phase de décrochage dynamique profond
Mit PIV durchgeführte Messungen des Geschwindigkeitsfeldes um ein schwingendes Profil in tiefer dynamischer Ablösungsphase
ISL - PU 380/95 (1995)
- [10] RAFFEL M., KOMPENHANS J., WERNERT P.
Investigation of the Unsteady Flow Velocity Field above an Airfoil Pitching under Deep Dynamic Stall Conditions
ISL - PU 363/95 (1995)
- [11] WERNERT P., GEISLER W., RAFFEL M., KOMPENHANS J.
Experimental and Numerical Investigations of Dynamic Stall on a Pitching Airfoil
ISL - PU 348/96 (1996)
- [12] WERNERT P., KOERBER G., WIETRICH F., RAFFEL M., KOMPENHANS J.
Demonstration by PIV of the Non-Reproducibility of the Flow Field around an Airfoil Pitching under Deep Dynamic Stall Conditions and Consequences thereof
ISL - PU 326/97 (1997)
- [13] WERNERT P.
Méthodes de visualisation et de PIV appliquées à l'étude du décrochage dynamique profond et comparaison avec des résultats de simulation numérique
Anwendung von Visualisierungsverfahren und PIV auf die Untersuchung des "Deep-Dynamic-Stall"-Vorgangs und Vergleich mit Ergebnissen numerischer Verfahren
ISL - R 125/97 (1997)
- [14] HAERTIG J., JOHÉ C., DEMAUTIS C., DUFFNER P.
Validation de la vélocimétrie par images de particules (PIV) dans les écoulements subsoniques et supersoniques
Validierung der Particle Image Velocimetry (PIV) in Unterschall- und Überschallströmungen
ISL - R 111/96 (1996)
- [15] HAERTIG J., JOHÉ C., DEMAUTIS C., DUFFNER P.
PIV : validation en écoulement subsonique et supersonique
PIV: Validierung in Unterschall- und Überschallströmungen
ISL - PU 356/96 (1996)
- [16] WERNERT P.
Modélisation et simulation d'un système de PIV vidéo : dépouillement par corrélation et interpolations sub-pixel
Modellierung und Simulation eines PIV-Videosystems. Auswertung durch Korrelationen und Sub-Pixel-Interpolationen
ISL - R 109/97 (1997)

- [17] GOODMAN J.W.
Introduction à l'optique de Fourier et à l'holographie
Édition Masson (1972)
- [18] WESTERWEEL J.
Digital Particle Image Velocimetry: Theory and Applications
Thèse de l'Université de Delft, Delft University Press, Pays-Bas (1993) PRASAD
A.K., ADRIAN R.J., LANDRETH C.C., OFFUTT P.W.
Effect of Resolution on the Speed and Accuracy of Particle Image Velocimetry
Interrogation
in: Experiments in Fluids, Vol. 13, pp. 105-116 (1992)
- [19] WERNET M., PLINE A.
Particle Displacement Tracking Technique and Cramer-Rao Lower Bound
Error in Centroid Estimates from CCD Imagery
in: Experiments in Fluids, Vol. 15, pp. 295-307 (1993)
- [20] WILLERT C.
The Fully Digital Evaluation of Photographic PIV Recordings
in: Applied Scientific Research, Vol. 56, pp. 79-102 (1996)
- [21] WERNERT P.
Accuracy of Classical Correlation and Sub-Pixel Interpolation Methods for a
Basic Particle Configuration in Video PIV
ISL - PU 334/98 (1998)
- [22] WERNERT P.
Précision des méthodes classiques de corrélation et d'interpolation sub-pixel en
PIV vidéo pour des configurations simples de particules
*Genauigkeit der klassischen Subpixel-Korrelations- und Interpolationsmethoden
bei PIV-Video für einfache Partikelkonfigurationen*
ISL - PU 347/98 (1998)
- [23] JANESICK J.R., ELLIOTT T., COLLINS S., BLOUKE M., FREEMAN J.
Scientific Charge-Coupled Devices
in: Optical Engineering, Vol. 26, No. 8, pp. 692-714 (1987)
- [24] WINICK K.
Cramer-Rao Lower Bounds on the Performance of Charge-Coupled-Device
Optical Position Estimators
in: Journal of the Optical Society of America A, Vol. 3, No. 11, pp. 1809-
1815, novembre 1986
- [25] HART D.P.
Sparse Array Image Correlation
8th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid
Mechanics, Lisbonne, Portugal, article 21.1, juillet 1996
- [26] VALENTIN P., LAVAYSSIÈRE B.
Traitement d'images en vélocimétrie par image de particules
Rapport EDF 95NB00158 (1995)
- [27] UEMURA T., IGUCHI M., MORITA Z.I.
Digital Image Analysis for the Incoherent Medium Density PIV
in: Journal of Flow Visualization and Image Processing, Vol. 2, pp. 83-91
(1995)